Svenska Geotekniska Föreningen
Swedish Geotechnical Society

Rapport 2:2022

Metodbeskrivning

Åsätta subjektiva sannolikheter i geotekniska projekt

Svenska Geotekniska Föreningen
Swedish Geotechnical Society

SGF Rapport 2:2022

Metodbeskrivning

Åsätta subjektiva sannolikheter i geotekniska projekt

Stockholm 2022

SGF Rapport	Svenska Geotekniska Föreningen E-post: info@sgf.net
Beställning	Svenska Geotekniska Föreningen c/o Ernax Design AB Sveaborgsvägen 16 439 73 Fjärås Tel: 0708-13 77 73 E-post: info@sgf.net
ISSN ISRN	1103-7237 SGF-R-02/22-SE
Upplaga	Digital utgåva
Tryckeri	www.sgf.net

Förord

Svenska Geotekniska Föreningen (SGF) är en allsidigt sammansatt ideell förening, där de flesta yrkesverksamma geotekniker i branschen är representerade. Föreningens mål är att främja utvecklingen av geoteknik i ett nationellt och internationellt perspektiv. En stor del av SGF:s arbete utförs inom olika sektioner inom SGF. Sektionerna svarar för informations- och utbildningsfrågor, initierar forsknings- och utvecklingsarbeten, samt utför målinriktat arbete genom projekt i arbetsgrupper och/eller av enskilda medlemmar.

Svenska Geotekniska Föreningens dåvarande Riskkommitté, nu AG Risk, genomförde 2009 en förstudie om behovet att utveckla riskhanteringsverktyg för den vanliga ingenjören i den vanliga verksamheten. I studien föreslogs att metodbeskrivningar skulle tas fram för ett antal olika riskhanteringsmetoder. För geoteknikern finns ett behov att kunna beskriva osäkerheter som sannolikheter, vid riskhantering och också vid sannolikhetsbaserade beräkningar. Det har hittills inte funnits någon metodbeskrivning som passar i den vanliga verksamheten varför denna rapport som behandlar åsättandet av subjektiva sannolikheter tagits fram i AG Risk.

Huvudförfattare har varit Lars Olsson och Johan Spross med stöd av övriga arbetsgruppsmedlemmar. Metodbeskrivningen har remissbehandlats av Håkan Garin och Peter Claesson i Sektion Jord varefter den har fastställts av SGF:s styrelse.

Svenska Geotekniska Föreningen

Linköping i december 2022

Innehåll

Kapitel 1.

Åsätta subjektiva sannolikheter i geotekniska projekt: Metodbeskrivning

1.1 INLEDNING

Att bedöma och hantera olika osäkerheter är och har alltid varit en självklar del av geoteknikerns arbete. Numera tillkommer dock att geoteknikern ställs allt oftare inför kravet att beskriva osäkerheter som sannolikheter. Det kan ske till exempel vid hantering av risker, sannolikhetsbaserad dimensionering och användandet av observationsmetoden.

Inom entreprenadjuridiken kan man se att en större tyngd kan komma att läggas vid sannolikhetstolkningar. I den prejudicerande så kallade gotlandsdomen (https://lagen.nu/dom/nja/2015s3) används ofta ordet *sannolikhet*, till exempel: ”Ett led i denna genomgång är att överväga sannolikheten för att ett visst förhållande föreligger som kan påverka valet av arbetsmetod och därmed även kostnaderna för kontraktsarbetena.”

Noteras bör att i kommande version av Eurokoden kommer användningen av sannolikhetsbaserad och riskbaserad dimensionering att få en mycket mer framträdande roll, som ett valbart alternativ till andra metoder för verifiering av konstruktioners säkerhet. I en del fall kan sannolikheter beräknas från utförda mätningar, men ibland behöver ingenjören även ta till sin expertkunskap för att göra en bra bedömning. Att då kunna *åsätta* subjektiva sannolikheter med tillförlitliga metoder blir då en viktig del av ingenjörens arbete.

I denna skrift använder vi det kanske något ålderdomliga ”åsätta” för det engelska ordet ”assess”. Att åsätta en sannolikhet ska här förstås som att man gör en bedömning av hur troligt något är och beskriver det med sannolikhetstermer, samt att detta gjorts med sådan omsorg att man uppnår en så korrekt bedömning som möjligt.

Grunden till att kunna åsätta sannolikheter på ett tillförlitligt sätt är gedigen ingenjörskunskap och förståelse för vad sannolikheter innebär och hur de beskriver osäkerhet. Steven Vick (2002) skrev detta om subjektiva sannolikheter:

“The novice begins with data and ends with a number, while the expert begins with knowledge and ends with understanding.”

Detta kan uttryckas så: Skaffa dig kunskap, exempelvis genom att läsa denna skrift, och särskilt noga Kapitel 3 och Kapitel 4. När du känner dig väl förtrogen med metoderna och osäkerheterna i det som du just nu projekterar, så kan du förmodligen själv åsätta de sannolikheter du behöver. Annars kan det vara lämpligt att söka råd från expertis.

1.2 METODBESKRIVNINGENS PERSPEKTIV PÅ SANNOLIKHET

Det finns olika definitioner av sannolikhet som används. Den frekventistiska ser sannolikheten som en egenskap hos något. Det finns en sann sannolikhet, men vi kan inte bestämma den. Sannolikheten definieras som antal ”lyckade” försök dividerat med det totala antalet identiska försök, när det totala antalet blir mycket stort. Sannolikheten är inte definierad för en enstaka händelse, bara för medeltal av ett antal identiska försök.

Den subjektiva sannolikheten är ett mått på hur troligt en (eller flera) personer anser något vara, uttryckt som en sannolikhet. Det finns alltså ingen ”sann” sannolikhet, utan den ändras när man får mer information, till exempel genom mätningar. Definitionen medger även att man talar om sannolikheten för en enstaka händelse, vilket den frekventistiska ju inte gör.

Denna rapport beskriver hur man åsätter sannolikheter utifrån en subjektiv uppfattning. Sådana subjektiva sannolikheter (kallas ofta bayesianska) är inte något substitut för ”riktiga” sannolikheter utan är tvärt om den typ av sannolikheter som bör användas enligt Eurokoden. Givetvis skall man inkludera mätdata om man har några, subjektiva sannolikheterna skall bygga på all den information man har. Om man har mycket data bör man alltså få samma värde på sannolikheten. Sannolikheterna måste åsättas på ett sätt som ger hög kvalitet och i metodbeskrivningen ges råd om själva proceduren för att åsätta sannolikheter och förslag till kvalitetssäkrande åtgärder.

1.3 METODBESKRIVNINGENS ANVÄNDNINGSOMRÅDE

Denna metodbeskrivning begränsas till de för geoteknikern vanliga uppgifterna att göra skattningar av sannolikheter. Det kan avse händelser, men också statistiska fördelningar. Därför har vi begränsat metoderna och då bara tagit med sådana som inte kräver avancerad kunskap i sannolikhetslära. Men metodbeskrivningen kräver att användaren har förståelse både för inverkande osäkerheter inklusive hur dessa kan påverka det geotekniska arbetet och för den kontext som arbetet sker i.

Metodbeskrivningen vänder sig alltså till geoteknikern i den vanliga situationen där osäkerheter måste bedömas:

- Enskilt arbete, eller möjligen med någon kollega att diskutera (informellt) med
- Ofta under tidspress
- Inte väldigt små sannolikheter (lämpligen större än 1/100)

När det gäller att skatta fördelningar har vi därför valt att föreslå den så kallade trepunktsmetoden, se Avsnitt 8.1, som basmetod. I den anger man ett högt och ett lågt värde samt det troligaste värdet och kan sedan få fram en fördelnings parametrar, se Bilaga B.

Utöver det som beskrivs i denna metodbeskrivning, finns även mer avancerade metoder, där man gör en kvalificerad expertbedömning med en eller flera externa experter på ämnesområdet och kanske någon extern mötesledare som är utbildad för aktiviteten. Litteraturhänvisningar till denna typ av sannolikhetsskattningar ges i litteraturlistan, se Kapitel 11.

1.4 RAPPORTENS DISPOSITION OCH LÄSANVISNINGAR

Rapporten är uppdelad i tre huvuddelar, en inledande del som ger en översikt över problematiken, sedan själva metodbeskrivningen och sist ett antal bilagor som ger bakgrundsmaterial till några avsnitt i rapporten.

Metodbeskrivningen kan läsas för sig, men det är viktigt att komma ihåg att som i all riskhantering behövs en förståelse för arbetet, inte bara en kokbokstillämpning av en teknik. Därför bör man absolut läsa igenom rapporten inklusive de inledande kapitlen innan man använder metoderna. Metodbeskrivningen ska ses som ett komplement till SGF:s skrifter om geoteknisk riskhantering, SGF Rapport 1:2014, 2:2014 och 1:2020 och till Spross et al. (2015) och Olsson et al. (2019).

Kapitel 2.
Åsätta sannolikheter i olika situationer

I detta kapitel ges en introduktion till risk, osäkerheter och hur dessa kan beskrivas i statistiska termer.

2.1 RISKBEGREPPET

Det finn ett antal definitioner av begreppet ”risk”. En allmängiltig definition är enligt SS-ISO 31000:2018:

– **risk**
– **osäkerheters effekt på mål**

Risk innehåller alltså både ett mål, osäkerheter som kan påverka möjligheten att nå målet och deras effekt på målet (konsekvenserna). För hantering av risker måste man därför kunna beskriva osäkerheterna.

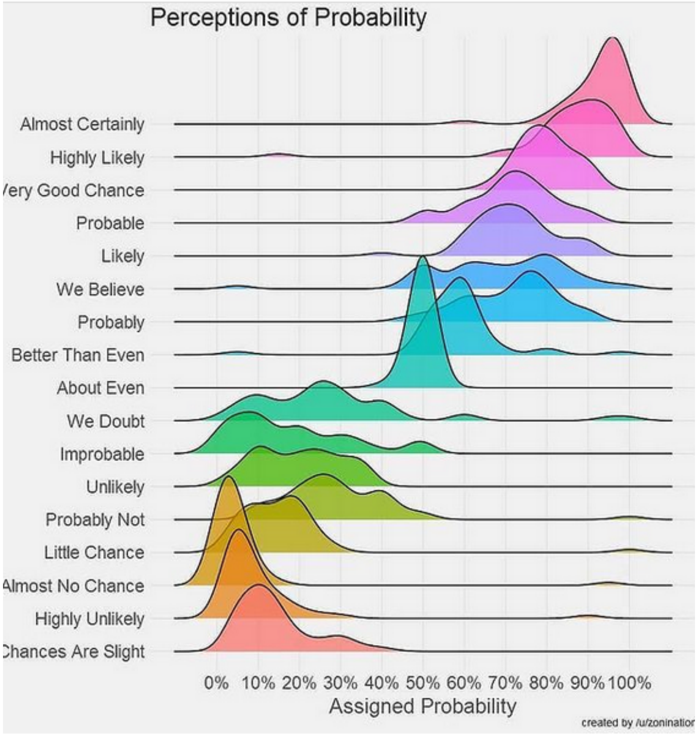
2.2 SÄTT ATT BESKRIVA OSÄKERHETERNAS STORLEK

Det finns olika sätt att beskriva osäkerheternas storlek, d.v.s. att tala om hur troligt något är. Det kan handla om enstaka möjliga händelser eller möjliga utfall av en geoteknisk egenskap. Vanligast är verbala uttryck och sannolikheter.

Bild: Peter Olsson

2.2.1 Verbala uttryck

Verbala uttryck som *mycket osannolik, trolig* etc. används ganska ofta för att ge mått på en osäkerhet, men sådana uttryck har nackdelen att de inte är särskilt entydiga utan innebörden mätt i sannolikhet varierar kraftigt från person till person, se Figur 1. De bör alltså undvikas.



Källa: https://github.com/zonination/perceptions

Figur 1 Verbala uttryck för trolighet visar en mycket stor spridning i hur olika personer uppfattar dem.

2.2.2 Sannolikheter som mått på osäkerheter

En i siffror uttryckt sannolikhet på skalan 0 till 1 är ett bättre mått på osäkerheter. Där betyder 0 omöjligt, kan absolut inte inträffa, och 1 betyder helt säkert, kommer definitivt att inträffa. Eftersom skalan är en kvotskala är det 20 gånger så troligt att något med sannolikheten 0,2 inträffar jämfört med något med sannolikheten 0,01.

2.3 TYPER AV OSÄKERHETER

Det finns två grundfall av risker där geoingenjören behöver skatta osäkerheter:

- I det ena fallet är man osäker på storleken av något som man vet kommer att förekomma: *Unknown knowns*.
- I det andra fallet gäller det hur troligt det är att en identifierad händelse inträffar:
  Known unknowns.
- (Därutöver talar man ibland också om hittills helt okända händelser: *Unknown unknowns*)

Ytterligare läsning om olika typer av osäkerheter finns i läslistan i Kapitel 11.

2.3.1 Unknown knowns (osäker storlek)

Ett exempel på en unknown known kan vara stoppslagningsnivå för pålar: vi vet att pålarna kommer att ha en längd, men vi är osäkra på hur långa de kommer att bli. Ett annat exempel är en jords densitet: vi vet att jorden har en egenskap kallad densitet, men vi vet inte hur stor den är.

2.3.2 Known unknowns (risker)

Known unknowns handlar om oönskade händelser av en typ som är känd för branschen att de ibland inträffar, se till exempel Olsson et al. (2019) och SGF (2020). Det kan gälla både en enstaka händelse (extremt regn) eller en händelse som upprepas (spontstopp mot block i en geologi). Det som inte är känt är hur troligt det är att händelsen inträffar. (Och ofta inte heller hur stora konsekvenserna kan bli.)

2.3.3 Unknown unknowns (risker)

Med unknown unknowns avses sådana risker som är av en hittills okänd och alltså inte förutsägbar typ. Uttrycket svarta svanar (black swans) används ofta om dessa, men bland verkliga händelser som benämnts svarta svanar visar det sig ofta efter utredning att de visst inträffat tidigare och därför egentligen är ovanliga known unknowns.

En annan typ av risk som påminner om svarta svanar kallas för grå noshörningar (grey rhinos). De är sällsynta händelser som kan orsaka stor skada, men till skillnad från svarta svanar känner vi till att de finns, men väljer att inte låtsas om dem, exempelvis för att inte vara besvärliga i ett projekt.

2.4 MODELLER FÖR OSÄKERHETSBESKRIVNINGAR

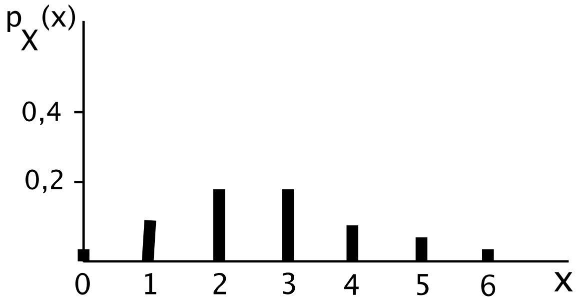
De osäkerheter som geoteknikern behöver skatta kan gälla två principiellt olika företeelser, enstaka händelse och statistiska fördelningar. Fördelningar beskriver något som kan inträffa flera gånger eller ha ett värde som finns i ett spann.

2.4.1 Enstaka händelse

Ett exempel på en enstaka händelse kan vara förekomsten av en okänd tunna med miljöfarligt ämne inom ett område. Man kan då behöva ge en uppskattning av sannolikheten för att det finns en sådan tunna, P(tunna med farligt avfall finns i området). Den ges som ett tal mellan 0 och 1.

2.4.2 Diskreta fördelningar

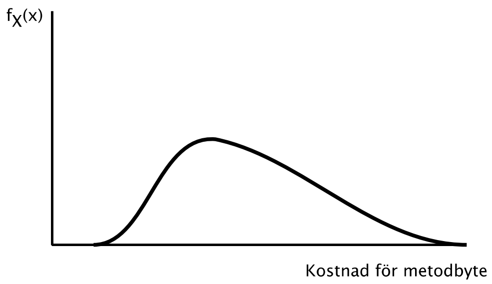
Diskreta fördelningar kan endast anta vissa värden och ger då sannolikheten för vart och ett av dessa värden. Ett exempel kan vara det förväntade antalet gånger man kommer att drabbas av att en spont stoppar mot block, vid drivning längs en given sträcka.



Figur 2 Diskret fördelning som visar sannolikhet för olika antal stopp mot block, där x är antalet stopp.

2.4.3 Kontinuerliga fördelningar

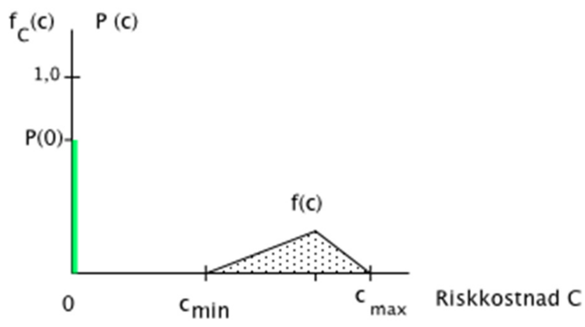
Kontinuerliga fördelningar kan anta ett värde inom ett intervall. Ett exempel kan vara den uppskattade kostnaden för att byta drivningsmetod för en spont. Ofta redovisas fördelningen som en så kallad sannolikhetstäthetsfördelning. I den kan man inte avläsa en sannolikhet direkt, men man får en uppfattning av troligheten för olika utfall på det möjliga spannet.



Figur 3 Kontinuerlig sannolikhetstäthetsfördelning för metodbyteskostnad

2.4.4 Blandade fördelningar

Det finns också fördelningar som både har en diskret del och en kontinuerlig del, så kallade blandade fördelningar. Ett exempel visas i Figur 4. Där visas den möjliga risken av en händelse, uttryckt som en kostnad. Då finns det dels en diskret händelse (risken faller inte ut), dels en osäker kostnad om risken faller ut. Sannolikheten att den faller ut och ger en kostnad är 1 – P(0).



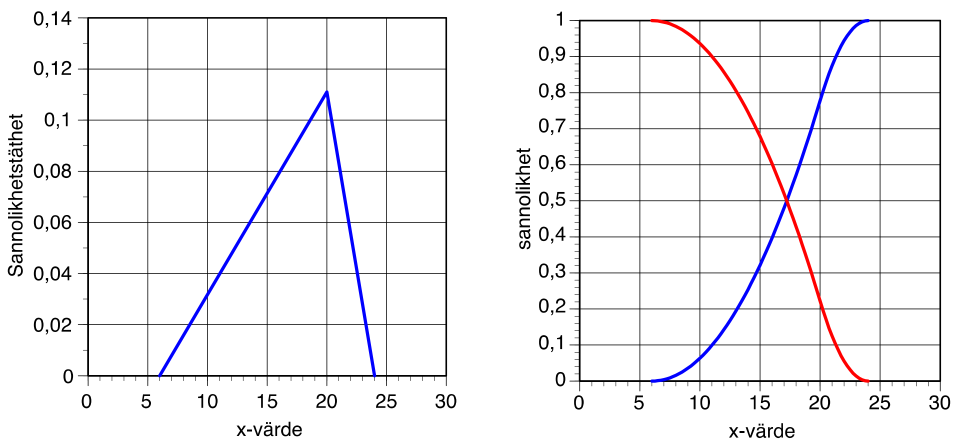
Figur 4 Blandad fördelning (diskret och kontinuerlig) som visar risken (riskkostnaden) med sannolikheten att en händelse inte inträffar och kostnaden om den gör det

2.4.5 Läsa av sannolikheter ur täthets- och fördelningsfunktionerna

Man kan med olika funktioner beskriva hur troligt det är att se olika möjliga utfall (storlekar) av en variabel. Alla kontinuerliga fördelningar kan presenteras som:

– Täthetsfördelningen f(x), som visar hur troligt ett visst värde är (d.v.s. sannolikhetstätheten, även kallad likelihood). Men detta måste skiljas från sannolikheten för värdet.

– Kumulativ fördelning (även kallad fördelningsfunktionen F(x)), där kurvan visar sannolikheten att få ett värde mindre eller lika med x-värdet. Den kumulativa fördelningen är integralen av täthetsfördelningen. Ibland är det praktiskt att redovisa sannolikheten att överskrida ett värde, till exempel en möjlig skadekostnad. Då kan man använda den komplementära kumulativa fördelningen som är 1 – F(x).



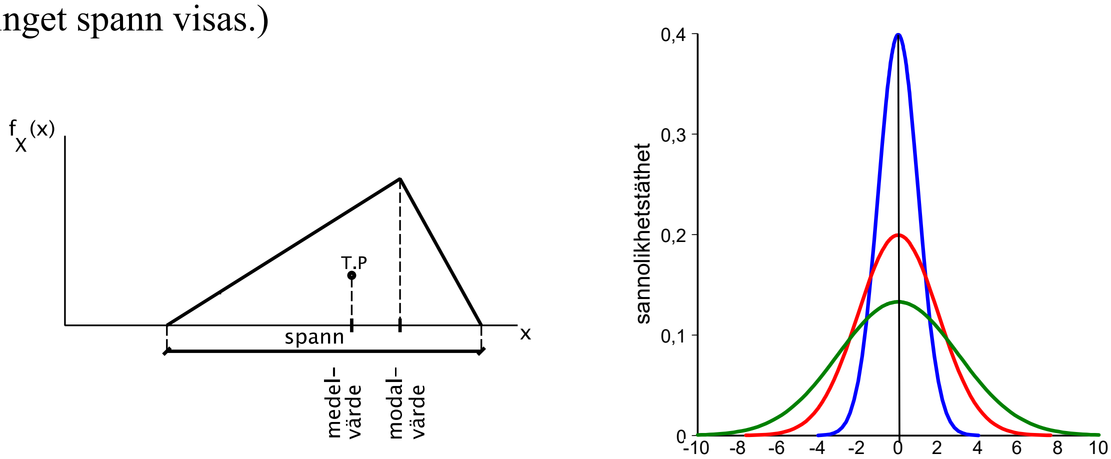
Figur 5 Täthetsfördelning och kumulativ fördelning (blått). Med rött visas den komplementära kumulativa fördelningen

2.5 MÅTT SOM BESKRIVER EN FÖRDELNING

En fördelning kan beskrivas med ett antal mått. De viktigaste är:

- Spann, som är området där fördelningen är giltig (värdena 6–24 i Figur 5).
- Centralvärde, som beskriver fördelningen läge. Det kan vara medelvärde (tyngdpunkt) eller modalvärde (troligaste värde), se Figur 6a.
- Spridning, som beskriver hur mycket av fördelningen som ligger nära medelvärdet. Ofta används standardavvikelsen som mått på spridningen, se Figur 6b.

Figur 6 visar en triangelfördelning med dess spann och centralvärden. Observera att medelvärdet och modalvärdet inte behöver sammanfalla. I figuren visas också en normalfördelning med olika stor spridning. (Eftersom normalfördelningen per definition går från negativ till positiv oändlighet kan inget spann visas.)



Figur 6 Triangelfördelning med spann och centralvärden samt normalfördelningar med samma medelvärde men olika stor spridning

2.6 NÄR MAN FÅR MER INFORMATION

För geoingenjören är arbetsgången ofta sådan att det tillkommer information vartefter, till exempel projektanknutna undersökningsdata. Vill man hantera denna situation matematiskt stringent behöver man först, innan undersökningen, åsätta vissa sannolikheter, till exempel grundsannolikheten (àpriori-sannolikheten) för en skjuvhållfasthet. När undersökningsdata erhållits kan grundsannolikheten uppdateras genom att använda Bayes teorem (se litteraturlistan för exempel). Man bör tänka på att en förnyad direkt uppdatering med både tidigare information och den nytillkomna lätt kan påverkas av vad som kallas förankringsbias (eng. anchoring bias), se Bilaga A.

2.7 FAKTORER SOM PÅVERKAR ÅSÄTTANDE-ARBETET

Man behöver tänka på att alla osäkerheter finns i en geoteknisk kontext och samma händelse kan finnas i olika kontexter beroende på vems risken är, dvs riskägaren. Det är olika personer i olika kontexter, t.ex. vilket mål de har och vilken tillgång till information de har så därför får man olika sannolikhet, den är ju subjektiv! Hur man skapar sig en förståelse av den geotekniska kontexten diskuteras utförligt i Olsson et al. (2019).

Det subjektiva åsättandet påverkas av ett antal faktorer. De kommer att behandlas senare men de viktigaste är:

<u>Kunskap om det vars sannolikhet skall åsättas</u>
Om man inte har kunskap om det man skall åsätta sannolikheten för, eller dålig förståelse för kontexten, så kan man inte åsätta sannolikheten med tillräckligt hög kvalitet.

<u>Tidsaspekten</u>
Om tiden är för knapp blir kvaliteten lidande. Finns det tillräckligt med tid för att klargöra kontexten och få in information?

<u>Riskförståelse</u>
Förstår ingenjören sig på sannolikheter som ett sätt att beskriva sina osäkerheter eller är det bara siffror? Har hen förståelse av begreppet risk och för riskens roll i det egna arbetet (riskförståelse)?

<u>Sannolikhetens storlek</u>
Alltför små sannolikheter är mycket svåra att skatta. Författarna rekommenderar att sannolikheten som skattas bör vara större än 1/100. Ofta är det möjligt att bryta ner risken till en händelsekedja, där delhändelsernas sannolikheter inte är mindre än 1/100, se Avsnitt 5.4. Sannolikheter mindre än 1/100 kan kallas ”sällsynta händelser” och de är ofta svåra att förstå och skatta.

Konsekvensaspekten
Sannolikheten som skall skattas är en del av underlaget till ett beslut. Vilka värden står på spel? Detta behöver beaktas när man väljer metod för att skatta sannolikheter, så att kvaliteten i arbetet blir tillräckligt hög med avseende på konsekvensen av en felaktig skattning.

2.8 SITUATIONER NÄR SANNOLIKHETEN SKALL ÅSÄTTAS

När man skall åsätta sannolikheter kan situationen variera och därför kan olika metoder vara lämpliga.
Man kan grovt dela in situationerna enlig nedan:

- Ensam
    - Med eller utan stöd av programvara
- Grupp av ingenjörer
    - Med eller utan stöd av programvara
- Med expert(grupp)

Ensam
En stor del av åsättande av sannolikheter torde göras av en ensam ingenjör och utan användandet av några hjälpmedel.
Ofta är det också så att arbetet görs under tidspress.
För att man skall undvika åtminstone en del vanliga fallgropar rekommenderas egenkontroll med frågor och en checklista, se Kapitel 9.

Med stöd av program
Det finns ett antal dataprogram, se Bilaga C, som stöd för åsättandet av sannolikheter, särskilt för fördelningar.

Grupp
Arbete med åsättandet i en grupp är oftast informellt och gruppen är ofta liten, exempelvis ”över en kopp kaffe” med en eller ett par personer. Om man väljer att ha en större grupp rekommenderas att ha någon leder det hela och som ser till att alla får komma till tals. När man åsätter sannolikheter i grupp eftersträvar man oftast att få konsensus, men ibland kan det bli nödvändigt att på ett formaliserat sätt väga samman olika skattningar, se till exempel Roberds (1990).

Med expertgrupp

I vissa fall kan det röra sig om ett okänt tekniskt område eller om små sannolikheter och/eller stora konsekvenser. Det kan då vara motiverat att ta hjälp av en grupp av experter på området och kanske ha hjälp av en utbildad så kallad facilitator, som är expert på själva åsättandet av sannolikheter, men inte nödvändigtvis på teknikområdet i sig. Rapporten täcker inte denna typ av åsättande utan den intresserade hänvisas till litteraturen, se t.ex. O'Hagan m.fl. (2006), Baecher (2019)

Kapitel 3.
Undvik de vanligaste felen

3.1 OKLARHET I BESKRIVNINGEN AV RISKEN

Det kan tyckas självklart att händelsen vars sannolikhet skall bestämmas i förväg har beskrivits på ett entydigt sätt, men erfarenheten visar att beskrivningen ofta är luddig. Då har man infört en felkälla, eftersom olika personer kan tolka beskrivningen av händelsen på olika sätt.

För att kontrollera om händelsen är tillräckligt tydligt beskriven kan man använda vad som kallas klarhetstestet (klärvoajanstestet): Man föreställer sig en klärvoajant person som känner alla fakta om universum, förfluten tid, nutid och framtid. Om beskrivningen är tydlig och entydig så skulle en sådan person med säkerhet kunna säga om händelsen ska inträffa (har inträffat) eller inte, eller kunna ge ett exakt värde. Om personen skulle klara detta så hade händelsen respektive kvantiteten varit specificerad.

Exempel: ”bensinpriset” klarar inte klarhetstestet, men ”medelpriset för 95-oktanig bensin hos alla försäljare i Stockholms län 2025-07-05 kl. 15:00” gör det.

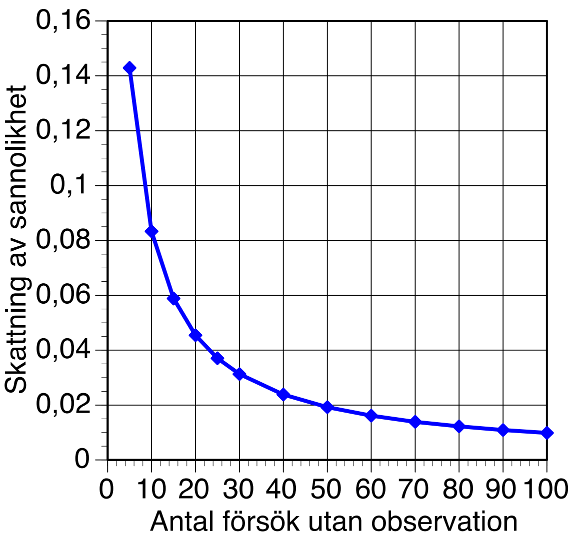
3.2 OTILLRÄCKLIG BAKGRUNDSKUNSKAP OCH INFORMATION

När man skall beskriva hur trolig en risk är behöver man bedöma och väga den information man har, och särskilt faktorer som talar för och emot händelsen. Annars kommer bedömningen att bli snedvriden (biased).

En händelse kan antingen inträffa (i framtiden) eller inte, och om den inträffar så medför den konsekvenser. Hur troligt man bedömer att händelsen skall inträffa anges bäst med sannolikheter. Händelsen måste vara entydigt beskriven och även detaljeringsgraden har betydelse, Meyer & Booker (1990).

När det gäller att åsätta sannolikheter bör man undvika värdena 0 och 1.
De betyder:
Jag är helt säker på att händelsen aldrig kan inträffa, respektive alltid inträffar, och ingenting kan ändra min uppfattning.

Vid åsättandet skall man utnyttja den information som finns: Både data ur litteraturen, andra uppgifter och egen erfarenhet används. När det gäller egen erfarenhet finns det en fälla man kan falla i: ”Jag har gjort ett sådant här projekt tio gånger och den sortens händelse har jag aldrig sett inträffa. Den måste ha en extremt liten sannolikhet!” I verkligheten räcker den erfarenheten bara till att ge sannolikhetsskattningar enligt Figur 7, det vill säga i storleksordningen 7%. Figuren baseras på Bailey (1997).



Figur 7 Sannolikhetsskattning om man inte sett någon händelse vid flera försök.

3.3 HEURISTIK OCH PSYKOLOGISK SNEDVRIDNING, BIAS

När man åsätter en sannolikhet skall den återspegla hur man verkligen uppfattar den. Tyvärr så finns det ett antal psykologiska faktorer som kan snedvrida skattningen, så kallad bias. Sådan snedvridning uppkommer ofta när man använder förenklade beslutsregler (”heuristiker”) när man åsätter ett värde. Bias brukar delas in i två huvudgrupper: motivationsberoende eller kognitiva.

Motivationsbias orsakas av att den som åsätter sannolikheten medvetet eller omedvetet upplever att vissa svar ger en personlig belöning.

Kognitiv bias orsakas av omedvetna psykologiska processer. De finns av många sorter och motverkas med olika metoder.

Några av de viktigaste typerna av bias (fler finns i Bilaga A).

Motivationsbias	**Kognitiv bias**
Socialt tryck (grupptänk)	Anchoring
Ge gott intryck (impression management)	Tillgänglighet
Önsketänkande och intressekonflikt	Underskattning av osäkerheten

3.4 TIDSPRESS

Ofta görs arbetet med att åsätta sannolikheter under tidspress, antingen på grund av kontexten, till exempel anbudsgivande eller därför att man tycker att sannolikhetsbedömningen inte behöver få mycket tid. ”Det ju bara att tycka till!”

Vi kan alltså ha olika kvalitetsnivåer på de åsatta resultaten:

- ”Höftning”
- Övervägd skattning
- Övervägd skattning med förberedelser enligt Kapitel 4.
- Detaljerad utredning

Vilket man väljer är upp till situationen, utom ren höftning av sannolikheter, den skall aldrig användas.

Kapitel 4.

Förberedelser för åsättandet av sannolikheter

Oavsett om det är en enstaka händelse eller en fördelning där sannolikheten skall åsättas så måste man ha gjort några nödvändiga förberedelser.

4.1 FÖR VAD SKALL SANNOLIKHETEN ÅSÄTTAS?

Det är ett absolut krav att man har identifierat och kan beskriva det som sannolikheten gäller. Händelsen eller fenomenet måste vara entydigt både för en själv och andra.

4.2 HAR DU DEN INFORMATION SOM BEHÖVS?

Man skall ta hänsyn till relevant information så långt som möjligt:

- Vad finns för branschkunskap om det aktuella problemet?
- Finns det liknande problem i andra branscher? (Analogt tänkande)
- Glöm inte generell kunskap, typ Wikipedia.

Bild: Peter Olsson

4.3 HAR DU FÖRSTÅTT SCENARIOT FÖR HÄNDELSEUTVECKLINGEN?

För att kunna åsätta sannolikheter på en händelse, måste man förstå bakomliggande mekanismer, bakomliggande faktorer, samt händelseförloppet fram till själva händelsen. Detta kan göras genom att:

- öka förståelsen för scenariot är att tänka sig att händelsen har inträffat och försöka komma på orsaker. Detta kallas pre-mortem-analys.

– skapa sig en detaljerad mental bild av scenariot. Vilka specifika detaljer i känd information kan ha stor påverkan på sannolikheten som du ska åsätta? Ett exempel är att sannolikheten för sättningsskada ökar om det finns sprickor i fasaden på befintliga byggnader i området.

4.4 FINNS DET NÅGOT SOM KAN PÅVERKA MIG?

Det finns ett antal psykologiska faktorer som kan inverka, se Bilaga A. Några vanliga exempel är att man kan:

– ha något att vinna på en hög eller låg sannolikhet
– ha varit med om ett liknande fall och kommer ihåg hur det gick då
– känna att man har expertkunskaper och måste ge en precis skattning av sannolikheten
– …..

4.5 HAR JAG GJORT NÅGOT ÅT SÅDANA FAKTORER SOM KAN PÅVERKA MIG?

Det finns en del som man kan göra för att minska så kallad bias. Ett minimum är att fundera på motivationsbias, se Bilaga A.

4.6 KÄNNER JAG MIG BEKVÄM MED SANNOLIKHETER?

Att ha en känsla för sannolikheter är väsentligt för att kunna åsätta dem tillförlitligt. Här handlar det inte nödvändigtvis om att kunna statistiska begrepp, som konfidensintervall, från kurser i statistik, utan mer om att ha en grundförståelse för hur sannolikheter fungerar. Det är viktigt att den som skall göra åsättandet av sannolikheter har en förståelse av deras natur och hur de återspeglar naturliga frekvenser. En sådan grundförståelse kan man skaffa sig till exempel genom erfarenhet av verkliga utfall från tärningar, lotterihjul, och liknade, ett exempel: https://www.nctm.org/adjustablespinner/
Sådana är bra när det gäller att få en uppfattning av hur många försök som det egentligen erfordras.

Kapitel 5.
Åsätta sannolikheter för enstaka händelser

När man ska åsätta sannolikhet för en enstaka händelse kan det kännas frestande att höfta. Då hamnar man dock sällan rätt. Nedan presenteras några metoder som ger ett tillförlitligare åsättande.

5.1 DIREKT ÅSÄTTANDE

Ofta försöker man spontant att direkt ange sannolikheten för händelsen. Det är visserligen en enkel och snabb metod, men den har många felkällor. En stor felkälla är att man inte är van att tänka i sannolikheter. Ett råd är därför:

Fråga inte (dig själv) direkt efter sannolikheten!

Arbeta i stället med tänkta frekvenser: Skapa en föreställningsvärld där man kommer att göra ett stort antal försök (arbeten) där den sökta händelsen kan förväntas inträffa i vissa fall, t.ex. x gånger på 100. Den fråga man skall besvara blir då av typ:

"Av hundra slänter som är <u>exakt likadana</u> som den här, hur många kommer att rasa?”

När man sedan har skattat frekvensen av raset kan den ju lätt räknas om till en sannolikhet. För många är det nog lättare att förstå frekvensen ”5 gånger på 100” än sannolikheten ”0,05”. Små sannolikheter är dock väldigt svåra att föreställa sig. Därför är direkt åsättande olämpligt för sannolikheter som är mindre än 1 gång på 100.

När man använder sig av direkt åsättande är det av största vikt att man försöker kvalitetssäkra de åsatta sannolikheterna, se Kapitel 4, Kapitel 9 och Bilaga A.

5.2 GE ODDS FÖR HÄNDELSEN

Odds är ett annat sätt att beskriva hur trolig en händelse är. Odds är kvoten mellan hur troligt det är att händelsen inträffar och hur troligt det är att den inte inträffar (den komplementära händelsen):

Odds = P(händelse) / [1 – P(händelse)]

De flesta är dock ovana vid odds, men om man kan ge odds så är det sedan att räkna fram sannolikheten P(händelse) från ekvationen ovan:

P(händelse) = odds / (odds +1)

Exempel:
”Jag bedömer att det är 20 gånger troligare att händelsen inte inträffar än att den gör det.”
Odds för att händelsen inträffar blir då 1/20 = 0,05.
Sannolikheten blir 0,05/(1 +0,05) = 0,047

Tabell 1 Odds och sannolikhet

Odds mot (gånger)	Odds för (decimal)	sannolikhet p
1	1	0,50000
2	0,5	0,33333
5	0,2	0,16667
10	0,1	0,09091
20	0,05	0,04762
50	0,02	0,01961
100	0,01	0,00990
500	0,002	0,00200
1000	0,001	0,00100
5000	0,0002	0,00020
10000	0,0001	0,00010

Som framgår av Tabell 1, kan man när det är mer än tio gånger så troligt att händelsen inte inträffar använda den förenklade formeln P(händelse) ≈ 1/(odds mot) som en skattning av P(händelse).

5.3 JÄMFÖR MED KÄND SANNOLIKHET

Ett sätt att skatta sannolikheten för en händelse är att göra jämförelser med andra händelser vilkas sannolikhet är känd. Man kan göra jämförelsen direkt mellan sannolikheten för din sökta händelse och sannolikheten för din referenshändelse. Man kan också använda olika hjälpmedel för att visualisera referenssannolikheten, såsom sannolikhetshjul och olika typer av skalor. Några varianter på detta visas nedan.

5.3.1 Direkt jämförelse med känd sannolikhet

Ofta kommer jämförelsesannolikheterna ur spelsituationer, till exempel kast med en vanlig sexsidig tärning. Är sannolikheten för rasad slänt större eller mindre än sannolikheten att få tre sexor i rad? I Tabell 2 visas som exempel hur stor sannolikheten är att få samma antal prickar ett antal kast i följd.

Tabell 2 Sannolikheten att få samma antal prickar ett antal kast i följd

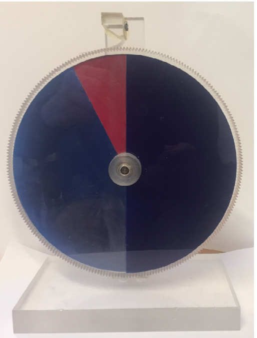
Antal kast	Sannolikhet	
1	1/6	1,67E-01
2	1/36	2,78E-02
3	1/216	4,63E-03
4	1/1 296	7,72E-04
5	1 /1 776	1,29E-04
6	1/ 46 656	2,14E-05
7	1/279 936	3,57E-06
8	1 /1 679 616	5,95E-07

För vissa händelser kan det finnas publicerade data om sannolikheten. Det gäller oftast processindustrin (OREDA) och arbetarskydd. Dessa kan användas som referenshändelser i stället för tärningskast.

Det är naturligtvis en fördel om man kan jämföra med flera olika referenshändelser och ”gaffla in” den sökta sannolikheten. Detta kan göras mer formellt genom parvisa jämförelser, Meyer & Booker (1990) eller egenvektormetoden Olsson (2000).

5.3.2 Sannolikhetshjul

Sannolikhetshjulet visualiserar sannolikheten genom sina två fält, som kan ställas in. Man ställer fälten så att sannolikheten att hjulet stannar på det mindre fältet motsvarar den sökta sannolikheten för händelsen.



Figur 8 Sannolikhetshjul

Sannolikhetshjulet har nackdelen att det är svårt att urskilja små värden på sannolikheten och därmed relationen mellan sannolikheten för händelsen och sannolikheten för dess komplement. Sannolikhetshjulet är därför lämpat bara till att bestämma större sannolikheter.

5.3.3 Grafisk beskrivning av sannolikheter

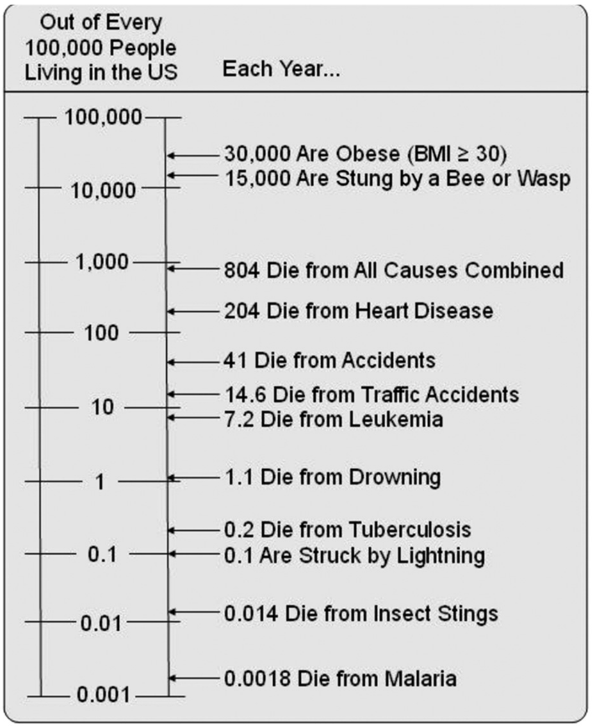
Man kan åskådliggöra små sannolikheter på följande sätt: tänk dig ett kvadratiskt papper av en viss storlek med centimeterrutor på. En viss ruta är den rätta, men du vet inte vilken. Om du slumpmässigt pekar på en ruta, hur stor är sannolikheten att du pekar på den rätta?
Man kan alltså, på detta sätt jämföra sannolikheten för en referenshändelse (peka på rätt ruta) med den sannolikhet som skall åsättas. Detta sätt att tänka kan också användas för att bedöma om en åsatt sannolikhet är rimlig.

Tabell 3 Sannolikhet att peka på rätt centimeterstora ruta.

Papperets storlek [cm]	**Sannolikhet peka på rätt ruta**
10 x 10	0,01
100 x 100	0,0001
1000 x 1000	0,000001

5.3.4 Riskstegar

Man kan skapa en sannolikhetsreferens genom att rita upp en skala från 0 till 1 och på den visa sannolikheter för olika kända faror, se exempel i Figur 9. På det sättet kan man jämföra med olika faror och göra en bedömning av den relativa risken och ur den sannolikheten. Eftersom det kan vara svårt att särskilja små sannolikheter på en linjär skala används ibland logaritmiska skalor eller skalor som är förstorade vid ändarna.

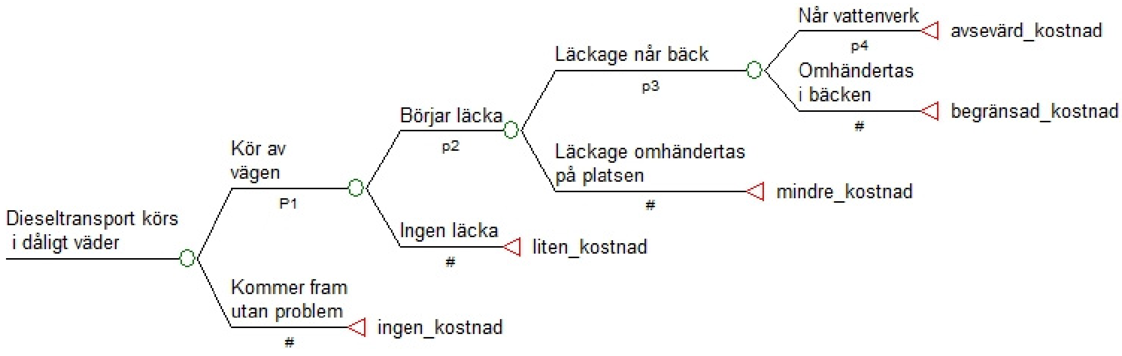


Figur 9 Riskstege som visar troligheten att avlida av olika orsaker uttryckt som antal på 100 000 personer (Persoskie & Downs 2015).

5.4 HÄNDELSEKEDJA OCH TRÄDANALYSER

Ibland är händelsen som man vill sätta en sannolikhet på resultatet av en händelsekedja och i stället för att direkt sätta en sannolikhet på händelsen modellerar man kedjan med delhändelser där det är lättare att sätta sannolikheter för delhändelserna för att man sedan skall kunna beräkna sannolikheten för sluthändelsen.

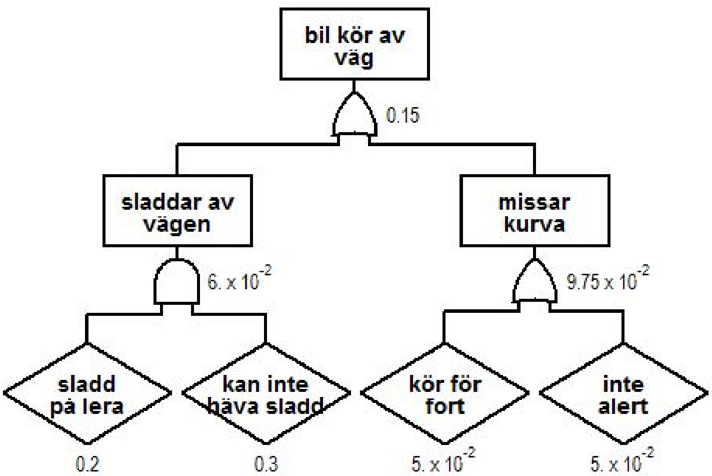
Händelseträd och felträd är tänkbara metoder för detta, se till exempel Olsson et al. (2019). Felträd används för att beskriva hur en viss händelse kan uppkomma, medan händelseträd visar hur en inträffad händelse kan utvecklas fram till en konsekvens. Ett exempel på ett händelseträd visas i Figur 10 och utvärderingen visas i Tabell 4. Figur 11 visar hur man ifrån de åsatta händelserna från ”löven” längst ner kan beräkna sannolikheten för topphändelsen ”Kör av vägen”.



Figur 10 Händelsekedja med händelseträd för lastbilstransport i dåligt väder (Olsson et al. 2019).

Tabell 4 Utvärdering av händelseträd för lastbilstransport (Olsson et al. 2021).

Händelser i kedjan	Konsekvens	Sannolikhet
Kommer fram	Ingen kostnad	1 – *p*1
Kör av vägen; ingen läcka	Liten kostnad	*p*1 x (1 – *p*2)
Kör av vägen; börjar läcka; läckage omhändertas på plats	Mindre kostnad	*p*1 x *p*2 x (1 – *p*3)
Kör av vägen; börjar läcka; läckage når bäck; omhändertas i bäcken	Begränsad kostnad	*p*1 x *p*2 x *p*3 x (1 – *p*4)
Kör av vägen; börjar läcka; läckage når bäck; når vattenverk	Avsevärd kostnad	*p*1 x *p*2 x *p*3 x *p*4



**Figur 11 Förenklat felträd för händelsen ”Kör av vägen”
i händelseträdet i Figur 10.**

5.5 EGENKONTROLL VID ÅSÄTTANDE

För att kvalitetssäkra åsättandet av sannolikheter för enstaka händelser behöver man ha en fungerande egenkontroll. Denna består av kontroll av scenarioförståelsen inklusive viktiga detaljer i scenariot, samt förståelse av möjliga faktorer som påverkar åsättandet.

5.5.1 Kontroll av scenarioförståelsen

Kontrollera att du verkligen har skapat dig en tillräckligt bra bild av scenariot i dina förberedelser inför åsättandet (avsnitt 4.3). Tänk tillbaka på scenariot och föreställ dig att projektet har startat och att du just har fått veta att händelsen faktiskt har inträffat. Kan du med detta nya, mer negativa perspektiv, hitta någon förklaring till att den inträffat? Är din åsatta sannolikhet rimlig även med detta perspektiv?

Titta även tillbaka på detaljer i scenariot (kontexten). Det kan finnas signaler eller indikatorer på platsen, som om man ser dem, bör påverka den åsatta sannolikheten. Hur man kan ta hänsyn till dessa beskrivs till exempel i SGF (2022) och där givna referenser.

5.5.2 Faktorer som kan påverka dig

Försök identifiera och minska möjliga bias-faktorer och annat som kan påverka, se Bilaga A.

Det kan vara lätt att överskatta sannolikheten för en risk med stora konsekvenser men konsekvensernas storlek skall inte påverka den åsatta sannolikheten!

Kapitel 6.
Åsätta fördelningar – Val av fördelningstyp

I många typer av frågeställningar är det fördelaktigt att använda sannolikhetsfördelningar som beskrivs av en formel med parametrar, exempelvis en normalfördelning vars formel beror av ett medelvärde och en standardavvikelse. Vid åsättandet av en fördelning som skall beskriva sannolikheten för olika utfall, så behöver man både bestämma sig för typen av fördelning (modell) och sedan åsätta de parametrar som bestämmer den valda fördelningens egenskaper. En mer omfattande beskrivning av olika fördelningar och grunder för val finns i SveBeFo (2005).

6.1 GRUNDER FÖR VAL AV FÖRDELNINGSTYP

Fördelningstypen kan väljas utgående från olika grunder:

- Fysikaliska grunder
- Fördelningar när man har begränsad information
- Fördelningar för speciella tillämpningsområden
- Val av fördelning baserat på data
- Hänsyn till kommande uppdatering

6.1.1 Fysikaliska grunder

Ofta kan man koppla valet av fördelning till fysikaliska grunder, både när det gäller den bakomliggande fysikaliska processen och de möjliga värden som variabeln kan tänkas anta (Tabell 5). Exempelvis kan en normalfördelning anta negativa värden vilket kan göra den mindre lämplig för att modellera egenskaper som enbart kan anta positiva värden.

Tabell 5 Några fördelningstyper för olika fysikaliska grunder

Fördelning	**Fysikalisk grund**	**Värden**
Normal	Summa av faktorer	obegränsade
Lognormal	Produkt av faktorer	positiva
Poisson	Sällsynta händelser (antal fall)	enbart heltal

6.1.2 Fördelningar när man har begränsad information

Beroende på vad man är villig att säga om fördelningen i statistiska termer kan man använda fördelningar enligt Tabell 6.

Tabell 6 Val av fördelning baserat på begränsad information om statistiska mått.

Den som åsätter kan ange	**Fördelning**
Största och minsta värde	Rektangelfördelning (Likformig)
Största, minsta och troligaste värde	Triangelfördelning
Medelvärde och standardavvikelse	Normalfördelning
Spann, medelvärde och standardavvikelse	Betafördelning
Medelfrekvens (t.ex. sprickor/m)	Poissonfördelning

Källa: Mishra (2002)

6.1.3 Fördelningar för speciella tillämpningsområden

Det finns fall då fördelningstypen föreskrivs eller rekommenderas. Det gäller till exempel Eurocode som rekommenderar lognormalfördelning för materialparametrar och normalfördelning för egentyngd (vilket i detta fall kan accepteras eftersom spridningen är så liten att det är mycket osannolikt att utfallet blir negativt).

I andra fall har en särskild fördelning visat sig lämplig, till exempel PERT-fördelningen vid tidsuppskattning för projekt, Malcolm et al, 1959.

6.1.4 Val av fördelning baserat på data

Ett specialfall är när man har omfattande data från geologiskt likartade platser, vilket inom statistiken kallas för olika, men jämförbara, populationer. Sådan data kan till exempel komma från arkiv eller litteraturen. Då kan man använda dessa data för att bedöma vilken typ av fördelning som passar bäst till egenskapen man vill beskriva. Bedömningen kan göras på olika sätt, exempelvis genom att plotta data på särskilda diagram (”normalfördelningspapper”), eller goodness-of-fit-test med hjälp av statistisk programvara.

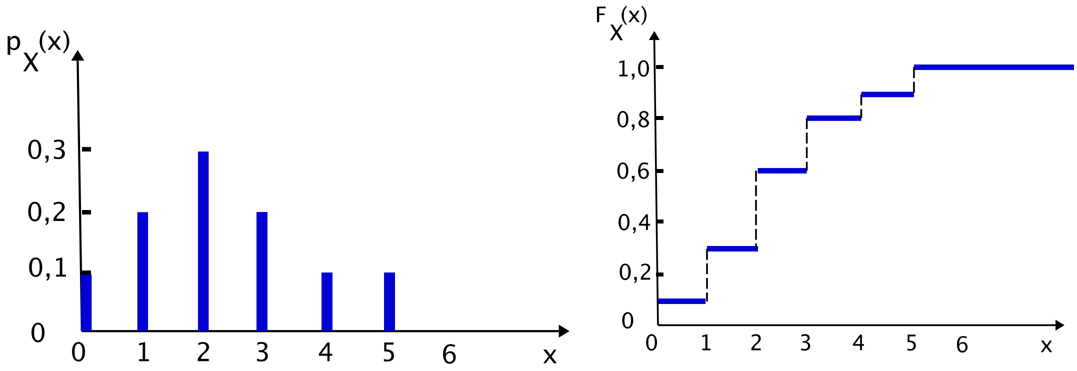
6.1.5 Hänsyn till kommande uppdatering

Ibland vet man att man kommer att få (ytterligare) data från framtida undersökningar. För att kunna väga samman erfarenhetsdata och mätdata rekommenderas bayesiansk uppdatering. För att den skall bli beräkningsmässigt enklare kan man välja så kallade konjugerade fördelningar. Boken av Ang och Tang (2007) ger en bra introduktion till detta.

Kapitel 7.

Åsätta diskreta fördelningar

Diskreta fördelningar är sådana där variabeln endast kan anta diskreta värden. Det gör att sannolikhetsfunktionen ser ut som staplar (stolpdiagram) och den kumulativa fördelningsfunktionen blir trappstegsformad, se
Figur 12



Figur 12 Diskret fördelning för, i detta fall, några heltalsvärden.

Några vanliga diskreta fördelningar som är användbara för geoteknikern är binomialfördelningen och Poissonfördelningen som bägge är modellfördel-ningar, vilket betyder att de beskrivs av sina parametrar. Fler finns i litteraturen. Om ingen av dessa modellfördelningar passar, kan det vara aktuellt med en allmän diskret fördelning, där man subjektivt åsätter sannolikheten för varje enskild stapel.

7.1 BINOMIALFÖRDELNINGEN

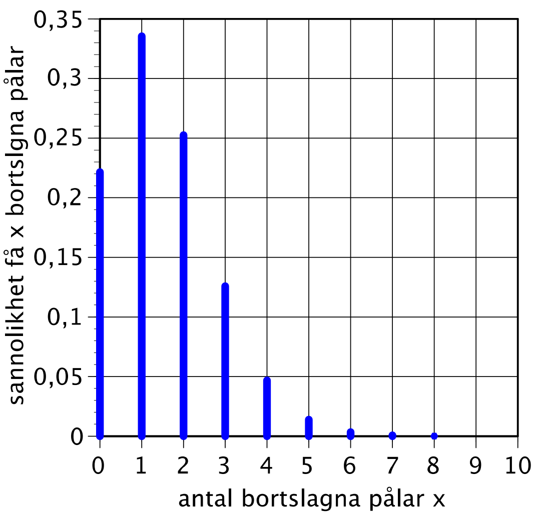
Antag att man gör försök som kan ha två möjliga utfall, en viss händelse inträffar eller så inträffar den inte. Sannolikheten för utfallen är konstant mellan försöken. (Ett sådant försök kallas på engelska bernoulli trial).

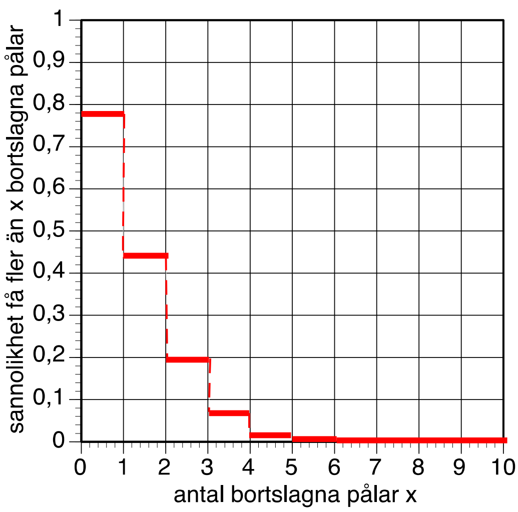
Sannolikheten att händelsen inträffar exakt x gånger om man gör n försök beskrivs av binomialfördelningen, som har två parametrar:

$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$ där $x = 0, 1\ 2 \ldots, n$
p är sannolikheten för utfallet i ett försök
n är antalet försök.

Parametern p är sannolikheten för en enskild händelse och kan därför åsättas såsom beskrivs i Kapitel 5.

Exempel: Vid ett pålningsarbete bedöms sannolikheten att en påle skall slås bort till 0,01. Om arbetet omfattar 150 pålar, hur stor är sannolikheten för att ett visst antal skall slås bort?
Vi har alltså $p = 0{,}01$ och $n = 150$. Beräkningarna kan göras med Excelfunktionen BINOM.FÖRD. Resultatet visas i Figur 13.





Figur 13 Vänster: Binomialfördelning som visar sannolikheten för olika antal bortslagna pålar. Höger: den komplementära kumulativa fördelningen som visar sannolikheten för fler än x bortslagna pålar.

7.2 POISSONFÖRDELNINGEN

Denna fördelning kan användas exempelvis för att beskriva antal bergssprickor på en viss mätsträcka och andra liknande diskreta händelser som kan inträffa fördelade i rummet eller tiden och där följande villkor uppfylls:

- En händelse (t.ex. bergssprickans placering) kan inträffa slumpmässigt och vid vilken som helst punkt i rymden (tiden).
- En händelse kan inträffa i ett givet intervall oberoende av om den inträffar i ett annat intervall.
- Sannolikheten att en händelse skall inträffa i det lilla intervallet Δt är proportionell mot storleken av Δt. Sannolikheten att händelsen skall inträffa två eller flera gånger i Δt är försumbar.

Antalet händelser X_t i tids- eller rymdintervallet t beskrivs då av Poissonfördelningen:

$$P(X_t = x) = \frac{(\nu t)^x}{x!} e^{-\nu t}$$

Parametern ν är medelantalet av inträffade händelser på en tids- eller rymdenhet. Den kan ofta åsättas genom att utgå ifrån kända data från likartad plats, om sådan är tillgänglig, men annars hänvisas man till direkt åsättande.

7.3 ALLMÄN DISKRET FÖRDELNING

Det kan finnas tillfällen när en modellfördelning inte verkar passa, utan man vill direkt skapa en diskret fördelning som överensstämmer med den egna uppfattningen. Man åsätter då sannolikheten $p(x)$ för varje valt värde på variabeln X. Givetvis måste man kontrollera att sannolikheterna summerar till 1. Man kan ha hjälp av att använda den så kallade egenvektormetoden för att göra parvisa jämförelser mellan de olika värdena, se Olsson (2000).

Kapitel 8.
Åsätta kontinuerliga fördelningar

Kontinuerliga fördelningar behövs i olika typer av kalkyler och också vid sannolikhetsbaserad dimensionering. Det finns alltså ett behov av att åsätta dem, både vad gäller typ och vad gäller de parametrar (t.ex. medelvärde och standardavvikelse) som används för att beskriva dem.

Ett speciellt fall är när man vet att det kommer att göras mätningar som ger ytterligare data. Då kan en åsatt fördelning utgöra en så kallad prior-fördelning som beskriver den kunskap som man har innan man fått ytterligare information (från t.ex. mätningar). Med hjälp av bayesiansk uppdatering kan man väga samman prior-fördelningen med mätningarna (geotekniska tillämpningar av bayesiansk uppdatering visas av bl.a. Prästings (2019)).

Det finns några olika generella metoder för att åsätta fördelningar, men många är så pass komplicerade och/eller tidskrävande att de inte lämpar sig för geoteknikerns dagliga arbete. Vi förordar i denna rapport att man använder trepunktsmetoden. Bland alternativa metoder kan nämnas metoder där man åsätter percentiler eller metoder baserade på parvisa jämförelser.

8.1 TREPUNKTSMETODEN: UR STÖRSTA, MINSTA OCH TROLIGASTE VÄRDE

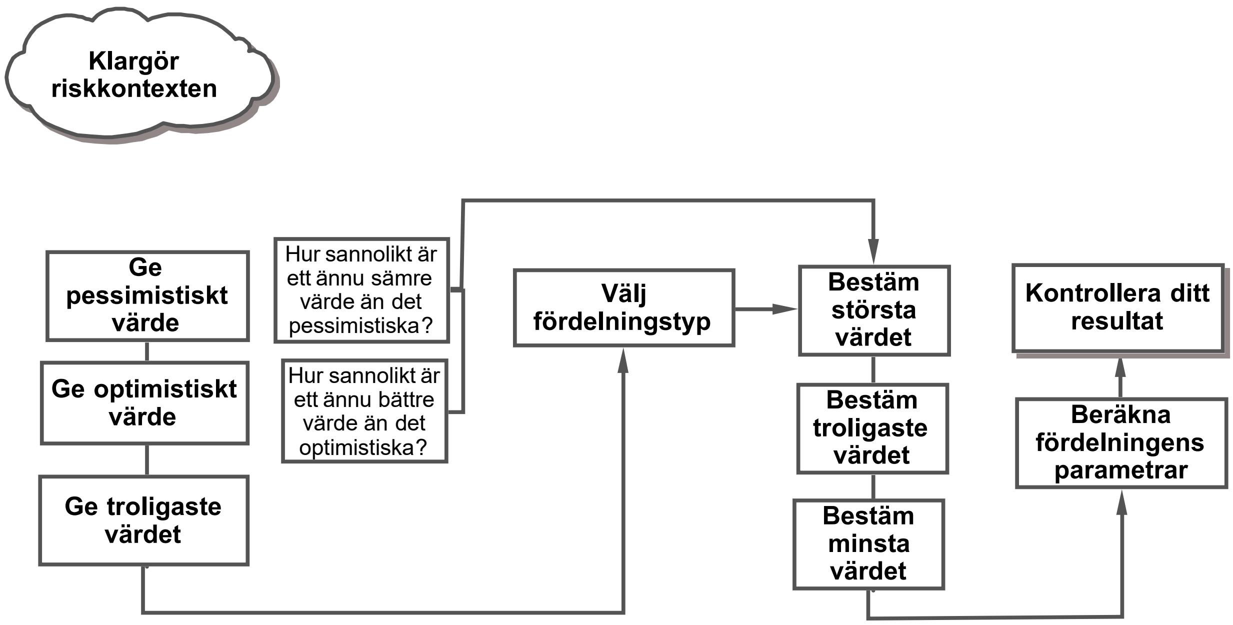
I den rekommenderade trepunktsmetoden skattar man fördelningens största, minsta och troligaste värde och beräknar fördelningens parametrar ur dessa värden. Beräkningarna av fördelningarnas parametrar görs ofta med empiriska formler.

8.1.1 Arbetsgången generellt

Arbetsgången visas i Figur 14. Börja med att klargöra riskkontexten och göra grundläggande förberedelser, se Kapitel 4. Alltså: I vilket sammanhang ska fördelningen användas och exakt vad ska fördelningen beskriva? Därefter utförs följande steg:

a) Bestäm pessimistiskt, optimistiskt och troligaste värde som fördelningen kan ha.
b) Hur sannolikt är det att få ett större/ mindre värde
c) Välj fördelningstyp
d) Fastställ minsta, största och troligaste värde för fördelningen
e) Bestäm fördelningens parametrar
f) Kontrollera fördelningen

Kvalitetskontrollen i (f) är viktig för att verifiera att erhållen fördelning återspeglar ens uppfattning om fördelningens möjliga värden. Detta kan exempelvis göras genom att rita upp den kumulativa fördelningen och fråga sig: *Min skattade fördelning säger att sannolikheten att få ett värde som är mindre än Y är X. Håller jag med om det?* Man bör också verifiera att fördelningen inte ger fysikaliskt orimliga värden (med oacceptabelt stor sannolikhet givet problemställningen).



Figur 14 Arbetsgången vid åsättandet av kontinuerlig fördelning.

a) Ange pessimistiskt, optimistiskt och, sist, troligaste värde som fördelningen kan ha

Vi använder uttrycken pessimistiskt och optimistiskt för att beskriva värden som inte är de absolut största (eller minsta) värden som fördelningen kan anta, utan värden som mer är av typen största (minsta) *troliga* värden. Det ska alltså finnas en viss liten sannolikhet att få utfall som ligger utanför det angivna intervallet. Detta görs eftersom forskning visat att man på det sättet minskar bias. Det är viktigt att troligaste värde bestäms efter de andra två, för att minska anchoring-bias.

b) Hur sannolikt är det att få ett större / mindre värde?

För att kunna få fram det absolut största / minsta värdet i fördelningen behövs en uppgift om hur stor sannolikheten är att få utfall utanför de angivna optimistiska och pessimistiska värdena. I statistiska termer: vi behöver veta vilken fraktil som motsvarar optimistiskt respektive pessimistiskt värde.

En sak som bör observeras är att man skall vara försiktig med att ha för små värden på de fraktiler som är kopplade till höga och låga värden. Att använda till exempel 1%- och 99%-fraktiler leder lätt till att man får ett för snävt spann eftersom osäkerheterna lätt underskattas.

c) Välj fördelningstyp

Sambandet mellan fraktil och största / minsta värde ser olika ut för olika fördelningar. Man måste alltså välja fördelningstyp beroende på sådana faktorer som anges i Kapitel 6, innan man kan beräkna värdena för största och minsta värde.

d) Fastställ minsta, största och troligaste värde för fördelningen

Värdena beräknas för den valda fördelningstypen. Beskrivning av hur beräkningarna görs för några vanliga fördelningar finns i Bilaga B.

e) Beräkna fördelningens parametrar

Olika fördelningar beskrivs av olika parametrar. Ofta är det dock praktiskt att även ta fram medelvärde och standardavvikelse. Beskrivning av hur man beräknar parametrarna finns för några fördelningar i Bilaga B.

f) Kontrollera ditt resultat

Kontrollera att din åsatta fördelning återspeglar din skattning, t.ex. vad gäller spann, median och medelvärde, se Kapitel 9.

8.1.2 Tillämpning på utvalda fördelningar

För några vanliga fördelningar finns detaljerade anvisningar för användning av trepunktsmetoden i Bilaga B:

- Rektangulär fördelning (likformig)
- Triangelfördelning
  Anm: Triangelfördelningen kan användas som substitut för betafördelning, Johnson (1997)
- PERT-fördelningen
- Normalfördelning
- lognormalfördelning

I Bilaga B tas också upp åsättandet av Normalfördelning med en annan metod.

Kapitel 9.
Egenkontroll

Det behövs en egenkontroll för att sannolikheterna skall uppfattas som korrekt åsatta och inte bara snabbt ”plockade ur en hatt”.

9.1 EGENKONTROLL AV ÅSATTA SANNOLIKHETER

9.1.1 Sannolikheten för enstaka händelse

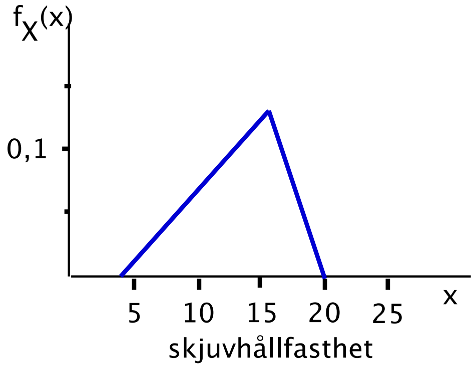
För att kontrollera att den åsatta sannolikheten är korrekt bör man främst reflektera över scenarioförståelsen och eventuell bias, särskilt anchoring, se Avsnitt 5.5. Den åsatta sannolikhetens storlek behöver upplevas korrekt när man uttrycker den som frekvens och/ eller odds.

9.1.2 Fördelningar

När man åsätter fördelningar, till exempel med trepunktsmetoden, får man primärt en täthetsfördelning. En sådan fördelning är dock inte så enkel att tolka sannolikheter ur. För att göra en rimlighetskontroll bör man därför även titta på den kumulativa fördelningen och ur den läsa sannolikheterna för olika värden och bedöma deras överensstämmelse med ens egen uppfattning.

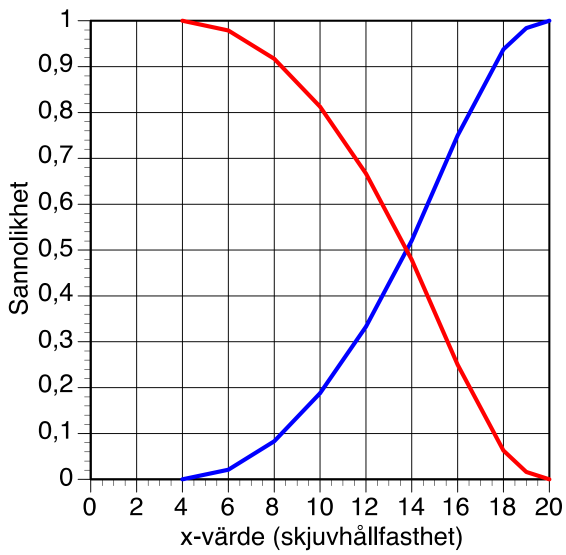
<u>Exempel 1</u>

Antag att man har åsatt en triangelfördelning för en leras skjuvhållfasthet. Efter att ha givit pessimistiskt (lågt) värde, optimistiskt (högt) värde och troligaste värde till 10 kPa, 18 kPa och 16 kPa samt angivit att det är 75% sannolikhet att verkligt värde ligger mellan de angivna så får man, med den metod som visas för triangelfördelningar i Bilaga B, den sannolikhetstäthetsfördelning som visas i Figur 15.



Figur 15 Täthetsfördelning för skjuvhållfastheten

Att läsa en täthetsfördelning för att se om den verkar stämma med ens uppfattning om verkliga värden kan vara svårt. Om man i stället ritar upp den kumulativa fördelningen som i Figur 16 så kan man direkt läsa sannolikheten för att få ett mindre (eller större) värde.



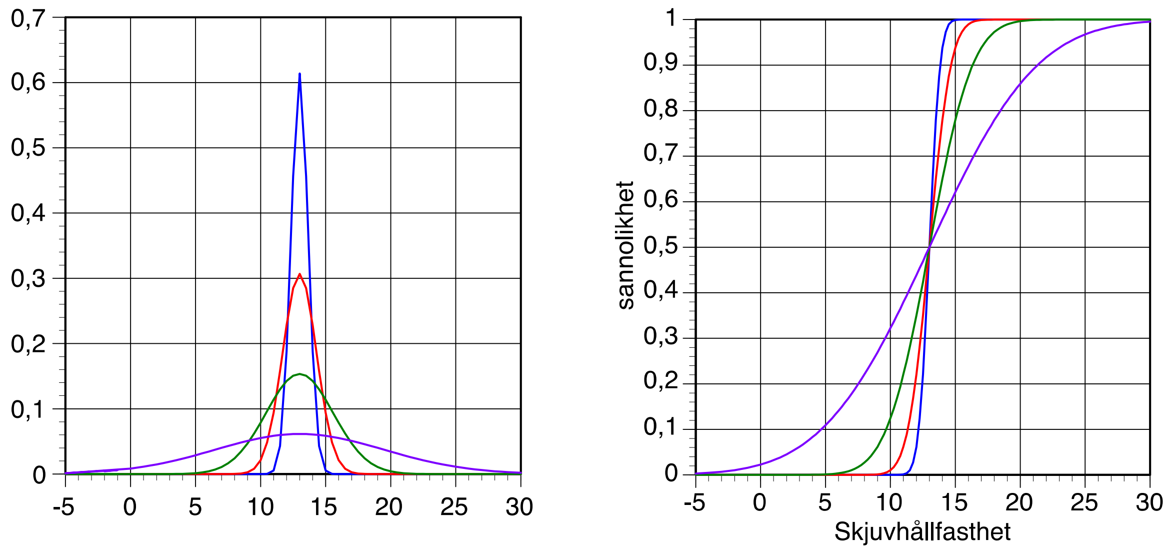
Figur 16 Fördelning som visar sannolikheten för mindre (blått) respektive större värde (rött) än en viss skjuvhållfasthet.

I diagrammet (Figur 16) kan man läsa till exempel att sannolikheten att få ett värde mindre än 16 kPa (troligaste värdet) är 75% och att det är ungefär 20% sannolikhet att få ett värde mindre än 10 kPa (som ju angavs som pessimistiskt värde).

Notera: Det är väsentligt att man gör klart för sig vad den åsatta fördelningen verkligen säger!

Exempel 2

Ett liknande problem finns när man slentrianmässigt åsätter ett medelvärde och en variationskoefficient. Det är lätt hänt att man får för stor spridning mot vad man tänkt sig. I Figur 17 visas täthetfördelning och kumulativ fördelning för en normalfördelning med medelvärdet 13 och variationskoefficient 5%, 10%, 20% och 50%.



Figur 17 Variationskoefficientens inverkan på sannolikheten.

9.2 KONTROLLFRÅGOR

Nedanstående frågor kan hjälpa dig att upptäcka bias-faktorer. Läs gärna också Bilaga A.

- Påverkas det fortsatta projektet av det värde du skall åsätta? I så fall hur? Då kan det hända att din bedömning snedvrids åt det håll som verkar gynnsamt.
- Har du en expertroll? Då kan det hända att man överskattar sin förmåga att ge precisa värden, så att spridningen blir för liten.
- Kan ett för högt angivet värde ge stora risker, som gör dig försiktig? Eller motsvarande för ett lågt angivet värde? Tänk på att den bedömda sannolikheten inte ska påverkas av konsekvensens storlek.
- Har du nyligen varit med om något misslyckat projekt av samma typ? Något vällyckat? Sådana minnen kan påverka din uppfattning om hur vanligt något är.

- Om du har några få specifika datapunkter, hur relevanta är de jämfört med allmänna, erfarenhetsbaserade värden? De specifika datapunkterna kan då råka ges för stor vikt, trots att de kanske inte är allmängiltiga.
- Har du utgått från ett troligaste värde och därefter bedömt spridningen? Då kan spridningen ofta bli för liten, på grund av förankringseffekt vid det troligaste värdet.

Kapitel 10.
Slutord

Det kommer att bli allt vanligare för geoingenjören att åsätta sannolikheter. I ett större perspektiv kan en korrekt uppfattning om sannolikheter för olika händelser och geotekniska förhållanden spela en viktig roll i ett geotekniskt byggprojekts riskhantering (vidare läsanvisningar för detta ges i avsnitt 1.4). För att resultatet skall bli bra, i betydelsen att leda till bra beslut, måste man vara stringent i arbetet. Vi vill här avslutningsvis särskilt betona:

- att man måste förbereda sig innan man börjar med åsättandet, se Kapitel 4; detta avser särskilt att man har en förståelse för vad sannolikheter är, samt
- att man kontrollerar att framtagna fördelningar överensstämmer med ens uppfattning, se Kapitel 9.

Kapitel 11.
Referenser

11.1 REFERERAD LITTERATUR

Ang, H. & Tang, W. 2007. Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering. John Wiley & Sons, New York

Baecher, G. (2019) Putting Numbers on Geotechnical Judgment. *Companion whitepaper to the 27th Buchanan Lecture, presented at Texas A&M University, College Station, October 18, 2019.*

Chang & Ko, 2016. New Approach to Estimating the Standard Deviations of Lognormal Cost Variables in the Monte Carlo Analysis of Construction Risks. *Journal of Construction Engineering and Management*, July 2016, Article 06016006.

Cooper, D.F., 1999. Lognormal distribution summary. Broadleaf, http://broadleaf.com.au/resource-material/lognormal-distribution-summary/

Bailey, R., 1997. Estimation from zero-failure data. *Risk Analysis,* Vol 17, No. 3.

Benjamin, J. R. & Cornell, C. A., 1970. Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers. McGraw-Hill Book Company, New York.

Garvey, P., Book, St., & Covert, R., 2013. Probability methods for cost uncertainty analysis A Systems Engineering Perspective. CRC Press, Boca Raton, FL

Greenberg, M., 2013. A Step-Wise Approach to Elicit Triangular Distributions. 2013. ICEAA Professional Development & Training Workshop June 18-21, 2013, New Orleans, Louisiana.

Grist Project Management, 2022, https://www.gristprojectmanagement.us/statistics/threepoint-estimate-approximations.html

Hudak, D., 1994. Adjusting Triangular Distributions for Judgmental Bias. *Risk Analysis,* Vol. 14, No. 6.

Kahneman, Slovic & Tversky, 2001. Judgement under uncertainty: Heuristics and biases. Cambridge University Press, Cambridge.

Kahneman, Sibony och Sunstein, 2021. Brus: Det osynliga felet som stör våra bedömningar -och vad du kan göra åt det. Volante, Stockholm.

Keefer & Verdini 1993. Better Estimation of PERT Activity Time Parameters. *Management Science* Vol 39, No 9

Kotz, S. & van Dorp, J. R. 2004. Beyond Beta: Other Continuous Families of Distributions with Bounded Support and Applications. World Scientific Printers (S) Pte Ltd, Singapore.

Malcolm et al, 1959. Application of a Technique for Research and Development Program Evaluation. Special Projects Office, US Navy. *Oper. Res*., Vol. 7, No. 5

Meyer, M.A. & Booker, J.M. (1990). Eliciting and analyzing expert judgment: a practical guide. Office of Nuclear Regulatory Research, Division of Systems Research, US Nuclear Regulatory Commission Washington, DC.

Mishra, S., 2002. Assigning probability distributions to input parameters of performance assessment models. SKB technical Report TR-02-11

Morris, D.E., Oakley, J.E., Crowe, J.A. 2014. A web-based tool for eliciting probability distributions from experts, *Environmental Modelling & Software,* Volume 52.

Nederlof, M.H., 2022. www.mhnederlof.nl/lognormal.httml.

O'Hagan, A., et al. 2006. Uncertain judgements: eliciting experts' probabilities. Wiley, New York.

Olsson, L. 2000. Att bestämma subjektiva sannolikheter. SGI Varia 488, Linköping.

Olsson, L., Spross, J., Hintze, S., Stille, H. & Båtelsson, O. 2019. Verktyg för hantering av geotekniska risker. Vägledning till systemförståelse och riskidentifiering: SBUF-projekt 13417.

Persoskie & Downs, 2015. Experimental Tests of Risk Ladders in the Elicitation of Perceived Likelihood. *Journal of Behavioral Decision Making,* Vol. 28.

Prästings, A., 2019. Managing uncertainties in geotechnical parameters: From the perspective of Eurocode 7. Doktorsavhandling, TRITA-ABE-DLT-1924. Avd. Jord- och Bergmekanik, KTH.

Roberds, W.J., 1990. Methods for Developing Defensible Subjective Probability Assessments. *Transportation Research Record,* No 1288.

SGF, 2020. Riskstruktureringsverktyg (RBS): Stöd vid identifiering av risker i geoprojekt. *SGF Rapport 1:2020.*

SGF, 2022. Geotekniska riskkartor. Rapport från workshop den 16 september 2021. *SGF Notat 1:2022.*

Spross, J., Olsson, L., Hintze, S., Stille, H. 2015. Hantering av geotekniska risker: Ett praktiskt tillämpningsexempel. SBUF 13009.

SveBeFo, 2005. Dimensionering av samverkanskonstruktioner i berg med sannolikhetsbaserade metoder. SveBeFo Rapport 70.

Vick, S. 2002. Degrees of Belief: Subjective Probability and Engineering Judgement. ASCE Press, Reston.

Vose, D. 2008. Risk Analysis. A quantitative guide. 3rd edition. John Wiley & Sons, New York.

Vose 2017. https://www.vosesoftware.com/riskwiki/PERTdistribution.php

11.2 YTTERLIGARE LÄSNING

Förutom de specifika referenserna ovan ges här några referenser och länkar till olika områden inom åsättandet.

Osäkerheter

Cleden, D., 2009. *Managing project uncertainty*. Abingdon: Ashgate Publishing Group.

Kim, S. D. (2012). Characterizing unknown unknowns. Paper presented at PMI Global Congress 2012—North America, Vancouver, British Columbia, Canada.

Paté-Cornell, M.E., 1996. Uncertainties in risk analysis: Six levels of treatment. *Reliability Engineering and System Safety* 54 (1996) 95-111

Vick, S. 2002. Degrees of Belief: Subjective Probability and Engineering Judgement. ASCE Press

Statistik och sannolikhet

Ang, H. & Tang, W. 2007. Probability Concepts in Engineering: Emphasis on Applications to Civil and Environmental Engineering. John Wiley & Sons, New York

Baecher, G.B. & Christian, J.T. 2003. Reliability and statistics in geotechnical engineering. John Wiley and Sons, Ltd. Chichester.

Benjamin, J. R. & Cornell, C. A., 1970. Probability, Statistics, and Decision for Civil Engineers. McGraw-Hill Book Company, New York.

https://risk-engineering.org

Allmänt om åsättande av sannolikheter

Ayyub, B. 2001 A Practical Guide on Conducting Expert-Opinion Elicitation of Probabilities and Consequences for Corps Facilities. U.S. Army Corps of Engineers Institute for Water Resources. IWR Report 01-R-01

Baecher, G. (2019) Putting Numbers on Geotechnical Judgment. *Companion whitepaper to the 27th Buchanan Lecture, presented at Texas A&M University, College Station, October 18, 2019.*

Burgman, M. Et al. Eliciting Expert Judgments. Report #1: Literature Review. ACERA Project 0611. Australian Centre for Excellence in Risk Analysis (ACERA) University of Melbourne.

Mikkola, P., et al, 2021. Prior knowledge elicitation: The past, present, and future. arXiv:2112.01380 [stat.ME]

O'Hagan A., et al. 2006. Uncertain judgements: eliciting experts' probabilities, Wiley, New York.

Roberds,W.J., 1990. Methods for Developing Defensible Subjective Probability Assessments. *Transportation Research Record,* No 1288.

Zellner M, Abbas AE, Budescu DV, Galstyan A. 2021. A survey of human judgement and quantitative forecasting methods. *R. Soc. Open Sci.* 8: 201187.

Heuristics och biases

https://en.m.wikipedia.org/wiki/List_of_cognitive_biases

https://safetyrisk.net/20-cognitive-biases-that-affect-risk-decision-making/

https://www.ncbi.nlm.nih.gov/books/NBK571047/

Kalibrering av experter

Baecher, G.B., Hartford, D. and Christian, J.T., 2019. Calibrating Expert Probability Assignments in Dam Safety Risk Analysis. Pre-print.

Sammanvägning av experter

Clemen, R.T. and Winkler, R.L. (1999). Combining Probability Distributions from Experts in Risk Analysis. *Risk Analysis,* 19(2).

Genest, C. and Zidek, J. V. (1986). Combining probability distributions: A critique and an annotated bibliography. *Statistical Science*.

Morris, P., 1977. Combining Expert Judgments: A Bayesian Approach. *Management Science* 23(7).

Bilaga A.

Heuristiker och Bias – psykologiska felkällor att se upp med

Heuristiker (eng. heuristics) och *biases* kan översättas med ”förenklade beslutsregler” respektive ”snedvridning”. Att använda heuristiker – medvetet eller omedvetet – för att förenkla åsättandet leder ofta till något mått av avvikelse från det värde som man egentligen hade velat åsätta. Det finns oftast en psykologisk orsak, medveten eller omedveten, bakom sådan bias.

Heuristiker – förenklade beslutsregler

Heuristiker är en mental genväg för att förenkla tankeprocessen och därigenom kunna fatta snabba beslut och göra snabba bedömningar. Se till exempel Kahneman, Slovic & Tversky, (2001), Kahneman, Sibony och Sunstein, (2021). Farorna med några av de vanligaste heuristikerna är:

- Tillgänglighetsheuristik (Availability): Man förlitar sig på de omedelbara exempel som dyker upp i huvudet och bortser från annan relevant information.
- Förankringsheuristik (Anchoring and adjustment): Man råkar låsa sig vid information som tidigt dyker upp i sinnet, och förmår sedan inte justera tillräckligt för att korrekt återspegla den information som man har.
- Representativitetsheuristik (Representativeness): Man skattar troligheten hos en händelse genom att jämföra den med en existerande specifik jämförbar händelse som finns i ens sinne. Man beaktar då inte andra möjliga händelser eller generell bakgrundskunskap. Detta är ofta kopplat att man inte tar hänsyn till fåtalsprovningens statistiska begränsningar när det gäller samplets storlek (små talens lag), exempelvis att ett enskilt prov ges för stor inverkan på det åsatta värdet.

Bias – snedvridning

Bias, snedvridning, är skillnaden mellan de värden som vi åsätter baserat på heuristiker och hur de skulle blivit om de åsatts normativt korrekt (d.v.s. på ett rekommenderat / föreskrivet sätt). Man kan urskilja två huvudgrupper av bias, motivationsbias och kognitiv bias.

Motivationsbias

Vid motivationsbias orsakas snedvridningen av att man har något att tjäna (eller förlora) på att (outtalat) justera sin egentliga skattning åt ettdera hållet.

- Bandwagon (”Hoppa på tåget”): Kan förekomma i en arbetsgrupp och består i att någon inte vill avvika från de andra.
- Socialt tryck (från grupp) att andra inte får avvika från gruppens uppfattning.
- Vilja att göra gott intryck på uppdragsgivare, överordnad eller kollega.
- Grupptänk: När det i gruppen uppstår en önskan om harmoni och undvikande av konflikt som leder till att gruppen inte kritiskt granskar alternativa bedömningar.
- Karriärmål: Den egna karriären kan gynnas av snedvridningen.
- Konkurrenstryck, till exempel vid upphandling: Snedvridningen gör det troligare att få entreprenaden.
- Förespråkande av projekt: Snedvridningen gör det troligare att projektet startas och inte läggs åt sidan.
- Wishful thinking (önsketänkande – ”det går säkert bra!”): Exempelvis överskattning av kapaciteter och positiva omgivningsförhållanden.

Kognitiv bias

Kognitiv bias har omedvetna psykologiska orsaker.

- Availability (tillgänglighetsbias). Snedvridning orsakad av att man tar för stor hänsyn till sådant man lätt kommer ihåg, t.ex. nyligen inträffade händelser.
- Anchoring (förankringsbias). Man klarar inte av att justera det möjliga utfallet tillräckligt långt från den första förankringspunkten, till exempel troligaste värdet.

- Base rate. Man bortser från kända grundsannolikheter för något förhållande, såsom en erfarenhetsmässigt vanligt förekommande fördelning.
- Overconfidence bias. Man är för säker på sig själv och underskattar osäkerheterna, särskilt om man betraktar sig som expert. Kan t.ex. leda till för snäva intervall.
- Confirmation (bekräftelse). För stor vikt läggs vid information som bekräftar ens egen uppfattning.
- Inconsistency (ombytlighet). Man står inte kvar vid en uppfattning, utan ändrar den utan att man fått mer information.

Motåtgärder

Den möjliga förekomsten av bias behöver upptäckas och motverkas. Det är ofta svårt och de metoder som beskrivs i litteraturen gäller oftast arbete i grupp, med ledare (facilitator). Situationen är oftast annorlunda när det gäller geoteknikerns dagliga arbete. Vi har därför försökt att baka in metodik, bland annat kontrollfrågor, för att motverka bias i de föreslagna metoderna för åsättande av sannolikheter i denna rapport.

Bilaga B.

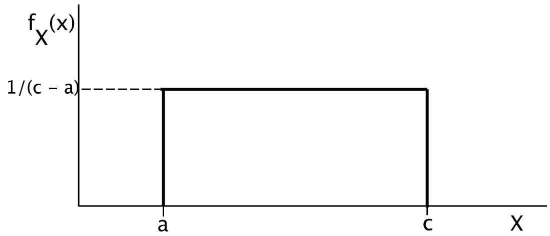
Bestämning av fördelningar med trepunktsmetoden

I denna bilaga ges mer detaljerade anvisningar för hur man åsätter några olika fördelningar.

Rektangulär fördelning

Beskrivning

Rektangulär fördelning kan också kallas likformig fördelning (Eng: *uniform distribution*). Denna åsätts när man är villig att ange gränser men man anser att alla värden däremellan är lika troliga.



Funktionens parametrar är:

minsta värde, a

största värde, c

En rektangulär fördelning beskrivs av täthe

f(x) = 1 / (c – a) för a ≤ x ≤ c

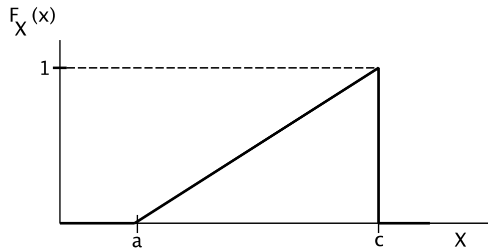
f(x) = 0 för övriga värden

Fördelningsfunktionen blir då:

F(x) = 0 för x < a

F(x) = (x – a)/(c – x) för a ≤ x ≤c

F(x) = 1 för x > c



Från detta kan man beräkna:

spann	$a \leq x \leq c$
medelvärde	$\mu = (a + c) / 2$
varians	$\sigma^2 = (c - a)^2 / 12$

Bestämning av parametrar a och c från optimistiskt och pessimistiskt värde

För att åsätta fördelningen anger man:

- ett pessimistiskt, l, som inte är absolut lägsta värde
- sannolikheten, u, att det kan finnas lägre värden än l
- ett optimistiskt, h, som inte är absolut högsta värde
- sannolikheten, v, att det kan finnas högre värden än h

(l är alltså u-percentilen och h är (1-v)-percentilen)

En sak som bör observeras är att man skall vara försiktig med att ha för små värden på de percentiler som är kopplade till höga och låga värden. Att använda till exempel 1%- och 99%-percentiler leder lätt till att man får ett för snävt spann, eftersom osäkerheterna då lätt underskattas. Keefer & Verdini (1993) rekommenderar att man inte väljer snävare percentiler än 10% och 90%.

Beräkning av funktionens parametrar a och c:

Arean under hela fördelningen är: $u + v + (h - l)p = 1$

Percentilareorna är:

$(c - h)p = v$

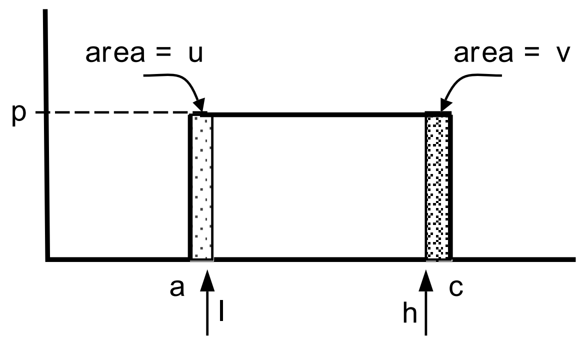
$(l - a)p = u$

Lösning:

$p = (1 - (u + v)) / (h - l)$

$c = v/p + h$

$a = l - u/p$



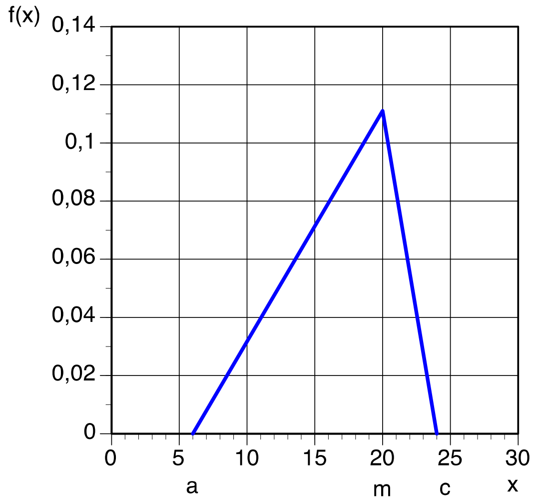
Triangelfördelning

Beskrivning

Triangelfördelning åsätts när man är villig att ange gränser och troligaste värde.

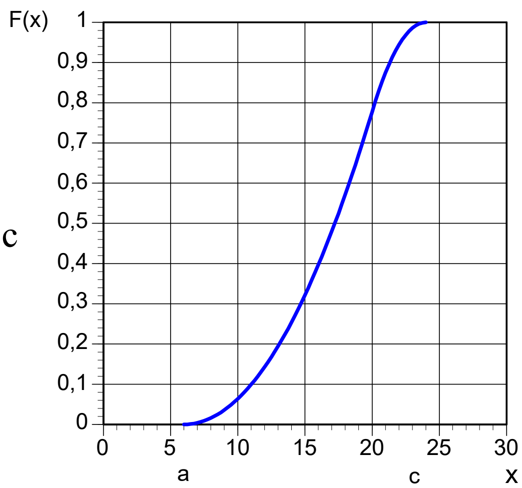
Funktionens parametrar är:

minsta värde, a
troligaste värde, m
största värde, c



En triangelfördelning beskrivs av täthetsfunktionen:

f(x) = 0 för x < a
f(x) = 2(x – a) / ((m – a)(c – a)) för a < x < m
f(x) = 2 / (c – a) för x =m
f(x) = 2(c – x) / ((c – a)(c – m)) för m < x < c
f(x) = 0 för x> c



Fördelningsfunktionen blir då:

F(x) = 0 för x ≤ a
F(x) = $(x – a)^2$ / ((c – a)(m – a)) för a < x ≤ m
F(x) = 1 – $(c – x)^2$ / ((c – a)(c – m)) för m < x < c
F(x) = 1 för x ≥ c

Från detta kan man beräkna:

spann	a ≤ x ≤ c
medelvärde	(a +m +c) /3
varians	$\sigma^2 = (a^2 + m^2 + c^2 - am - ac - mc) / 18$

median $a + \sqrt{\frac{(c-a)(m-a)}{2}}$ för m ≥ (a +c) /2

$c - \sqrt{\frac{(c-a)(c-m)}{2}}$ för m ≤ (a+c) /2

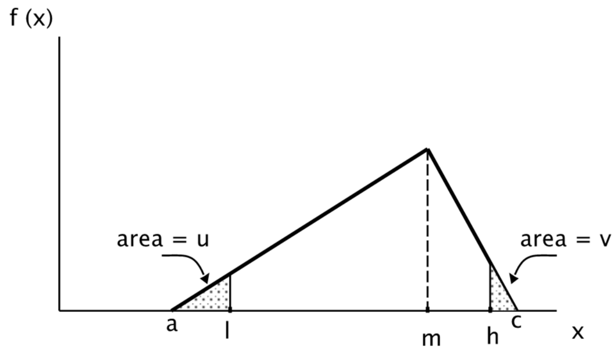
För att undvika bias är det att föredra att man inte anger spannets ändpunkter a och c, utan i stället anger ett optimistiskt (högt) och ett pessimistiskt (lågt) värde. När man gör det behöver man också ange hur sannolikt det är att det verkliga värdet är högre eller mindre än de åsatta värdena. Det kan göras genom att man direkt anger sannolikheterna, men det finns också möjligheten att istället ange hur stor sannolikheten är att värdet ligger innanför de givna värdena. Observera att valda percentiler inte bör ligga alltför nära ändpunkterna eftersom sådana är svåra att skatta tillförlitligt. Keefer & Verdini (1993) rekommenderar att man inte väljer snävare percentiler än 10% och 90%.

Bestämning av parametrar a och c från optimistiskt och pessimistiskt värde

Det finns två sätt att åsätta en tringelfördelning. Skillnaden är vilken sannolikhet som man är villig att ange: yttre percentilerna eller sannolikheten att ett värde ligger mellan optimistiskt och pessimistiskt värde (se de skuggade fälten i figurerna). Den senare innehåller en del antaganden som måste kontrolleras, men är enklare beräkningsmässigt.

<u>Alternativ 1.</u> För att åsätta fördelningen med de yttre percentilerna anger man:

– ett pessimistiskt, l, som inte är absolut lägsta värde
– sannolikheten, u, att det kan finnas lägre värden än l
– ett optimistiskt, h, som inte är absolut högsta värde
– sannolikheten, v, att det kan finnas högre värden än h
– det troligaste värdet m

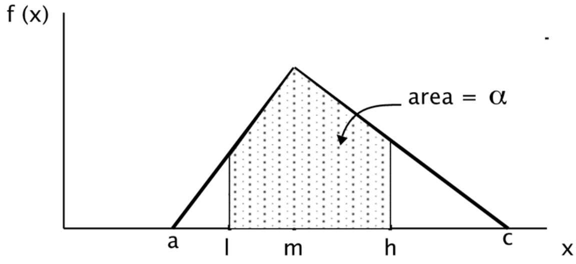


Värdena a och c kan sedan beräknas med fjärdegradsekvationer (Hudak 1994). Till SGI Varia 488 finns ett färdigt beräkningsblad (Excel) där dessa ekvationer har lösts. OBS: Originalreferensen innehåller tryckfel i ekvationerna, men i SGI Varia 488 används de korrekta ekvationerna i Excelbladet.

En annan beräkningsmetod med samma indata beskrivs i Kotz och van Dorp (2004).

Alternativ 2. För att åsätta fördelningen med sannolikheten att ett värde ligger mellan optimistiskt och pessimistiskt värde anger man:

- ett pessimistiskt, l, som inte är absolut lägsta värde
- ett optimistiskt, h, som inte är absolut högsta värde
- α som är sannolikheten att x ligger mellan l och h
- det troligaste värdet m



Värdena på a och b ges av (Garvey 2016):

$a = m - (m - l) / (1 - \sqrt{(1 - \alpha)})$

$b = m + (h - m) / (1 - \sqrt{(1 - \alpha)})$

Ekvationerna är härledda under villkoret att de yttre percentilernas storlekar förhåller sig till varandra såsom de två rätvinkliga trianglarna med den räta vinkeln vid m förhåller sig till varandra, d.v.s. att:

$P(X \leq l) / P(X \geq h) = P(X \leq m) / P(X \geq m)$

Det gör att det är nödvändigt att kontrollera att värdena på dessa yttre percentiler stämmer med åsättarens uppfattning.

PERT fördelning

PERT-fördelningen utvecklades för, och används ofta vid, kalkyl av tider och kostnader (Förkortningen står för Project Evaluation and Review Technique.) I kalkylen gjorde man antagandet att totala tiden (eller kostnaden) var summan av ett antal oberoende aktiviteter. Man kunde då skatta den totala tiden som ungefär normalfördelad, men medelvärde lika med summan av delaktiviteternas medelvärden och variansen som summan av deras varianser. Man var alltså i första hand intresserad enbart av medelvärde och standardavvikelse. De vanligaste formlerna är:

medelvärde $\mu = (a + 4m +c) / 6$

standardavvikelse $\sigma = (c - a) / 6$

PERT-fördelningen är en variant av beta-fördelningen och kallas ibland beta-PERT. Den kan i riskanalyser vara ett alternativ till triangelfördelning, se t.ex. Vose (2017), dels eftersom den är mer ”avrundad”, dels eftersom den har ett medelvärde som är mindre påverkat av största och minsta värde än vad som gäller förtriangelfördelningen. Standardavvikelsen för en PERT-fördelning är också mindre känslig för skattningen av största och minsta värde.

Fördelningen definieras av:

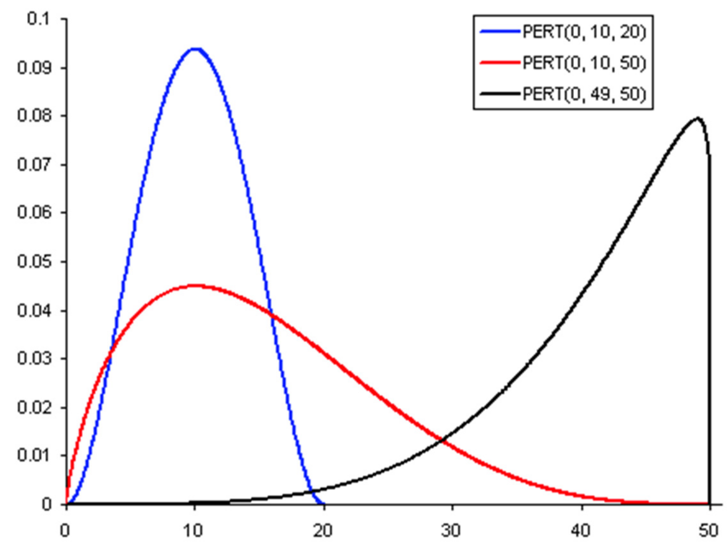
minsta värde	a
största värde	c
troligaste värde	m

PERT-fördelningen är en specialvariant av betafördelningen när denna beskrivs av fyra parametrar:
PERT(a, m, c) = Beta(α, β, a, c),
där α och β är formparametrar
(Den finns också i en modifierad form, med ytterligare en parameter γ att åsätta, se Vose (2017)).

Täthetsfunktionen för en Beta-fördelning ges av:

$$f(x) = \left(\frac{1}{c-a}\right)\left(\frac{\Gamma(\alpha+\beta)}{\Gamma(\alpha)\Gamma(\beta)}\right)\left(\frac{x-a}{c-a}\right)^{\alpha-1}\left(\frac{c-x}{c-a}\right)^{\beta-1}$$

där $\Gamma(\,)$ är gammafördelningen.



Åsätta Beta-PERT-fördelningen

För att kunna åsätta en Beta-PERT-fördelning behöver man a, m och c. Författarna föreslår att man bestämmer dessa värden för en triangelfördelning och då, med hänsyn till eventuell bias, utgår från fraktiler, l och h, se avsnitt 0. Sedan kan parametrarna beräknas, Greenberg (2013)

μ= (a + 4m +c) /6. Kan eventuellt modifieras med ett valt valt γ till μ= (a + γm +c)/(γ +2)
σ = (c – a) /6

$$\alpha = \frac{(\mu-a)}{(c-a)} * \frac{(\mu-a)(c-\mu)}{\sigma^2} - 1$$

$$\beta = \frac{(c-\mu)}{(\mu-a)} * \alpha$$

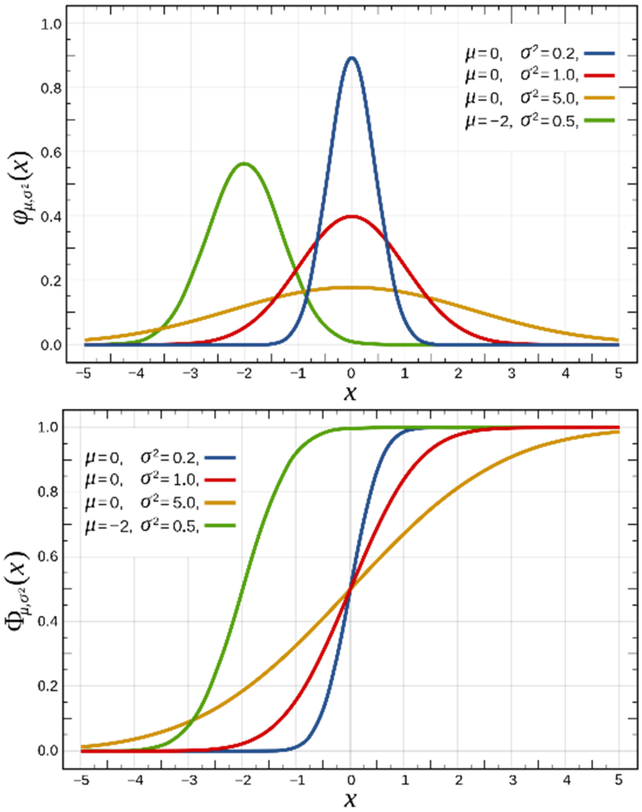
De Gamma-värden som ingår i täthetsfunktionen kan beräknas med Excels GAMMALN- funktion:
Γ (α +β) = EXP[GAMMALN(α +β)]
Γ (α) = EXP[GAMMALN(α)]
Γ (β) = EXP[GAMMALN(β)]

Normalfördelning

Normalfördelning är främst lämplig när storheten är en summa av oberoende variabler. Det är viktigt att tänka på att en normalfördelning även kan anta negativa värden. Detta kan särskilt orsaka problem när standardavvikelsen är stor i relation till medelvärdet, ungefär när σ / μ överskrider ca 25%. (I sådana fall bör man överväga att trunkera fördelningen eller byta fördelningstyp.)

Normalfördelningen åsätts genom att man anger troligaste värde (som sammanfaller med medelvärdet) och minst en percentil (fördelningen är symmetrisk.)

Funktionens parametrar är:
medelvärde, μ
standardavvikelse, σ



En normalfördelning beskrivs av täthetsfunktionen:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right]$$

Fördelningsfunktionen blir då:

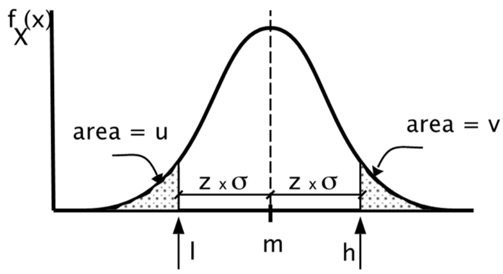
$$F_X(x) = \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right] dt$$

Viktiga värden för fördelningen:
Spann $-\infty \leq x \leq \infty$
Medelvärde μ = troligaste värde (angivet)
Standardavvikelse, σ (sammanfaller med parametern)

Bestämning av normalfördelning från percentiler (optimistiskt eller pessimistiskt värde)

För att åsätta fördelningen anger man:

- troligaste värdet (som sammanfaller med medelvärdet)
- en låg eller en hög percentil, t.ex. l och u eller h och v (funktionen är symmetrisk)



Eftersom medelvärdet är känt är det bara standardavvikelsen σ som söks. Slutet uttryck för bestämning ur givna punkter saknas, så bestämning görs enligt nedan.

Tabell C.1 visar avståndet mellan medelvärdet och percentilen uttryckt i antal standardavvikelser (uttryckt som z i figuren) för några vanliga percentiler. Standardavvikelsen kan då beräknas som:
$\sigma = (h - l)/(2z)$, alternativt $\sigma = (m - l)/z$

Tabell C.1. z-värden för olika percentiler.

Percentil	z	P ($l \leq x \leq h$)
2 %	2,054	96 %
5 %	1,645	90 %
10%	1,282	80 %
15 %	1,036	70 %

Det finns en tumregel: 68–95–99,7% som beskriver hur stor sannolikheten är att värdet på x hamnar inom 1, 2 och 3 standardavvikelser från medelvärdet. Detta är ofta känt som 3σ-regeln.

För andra värden på percentilen än de i tabellen kan man använda en z-värdestabell eller så kan σ beräknas enligt följande:
Den kumulativa fördelningen är känd i två punkter:
kumulativa fördelningen i p = u
kumulativa fördelningen i r = 1-v
Passningsberäkna sedan med varierande σ, så att man får dessa värden på p och r.

Beräkning av σ görs iterativt till exempel med Excel:
u = NORM.FÖRD(l;b;σ;SANT)
v = 1 – NORM.FÖRD(h;b;σ;SANT)

Bestämning med trepunktsmetoden

Ett alternativ till percentilmetoden ovan är att använda trepunktsmetoden med en approximativ formel för att bestämma parametrarna. Enligt Grist project management (2022) kan man beräkna medelvärde och standardavvikelse för en normalfördelning med formlerna:
$\mu = l + (h - l)/2$
$\sigma = (h - l)/6$

där h och l är högsta respektive minsta troliga värde som ändå kan överskridas respektive underskridas med en viss sannolikhet (som är samma för bägge). Formeln ger i stort sett samma värde på σ som om man använder metoden med percentiler och väljer 5%-percentilen. Författarna rekommenderar dock att man använder metoden med percentiler och troligaste värde, eftersom värdena på högsta och lägsta värden enligt trepunktsmetoden kan ha en bias och vara kopplade till olika stor sannolikhet att över- eller underskrida det åsatta värdet. Detta kan i sin tur påverka medelvärdet, som ju inte är direkt åsatt (som troligaste värde)

Log-normal fördelning

Fysikalisk bakgrund: produkt av oberoende variabler vilket gör att summan av logaritmerna är normalfördelad. Den kan därför inte anta negativa värden utan har 0 som minsta värde. Det finns också en skiftad lognormalfördelning, se t.ex. Benjamin& Cornell (1970), där det minsta värdet är större än 0.

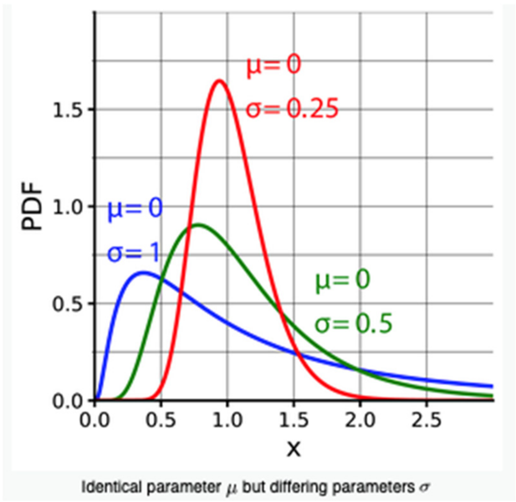
Funktionens parametrar är:
medelvärdet av ln(X), λ
standardavvikelse av ln(X), ξ

En lognormalfördelning beskrivs av täthetsfunktionen:

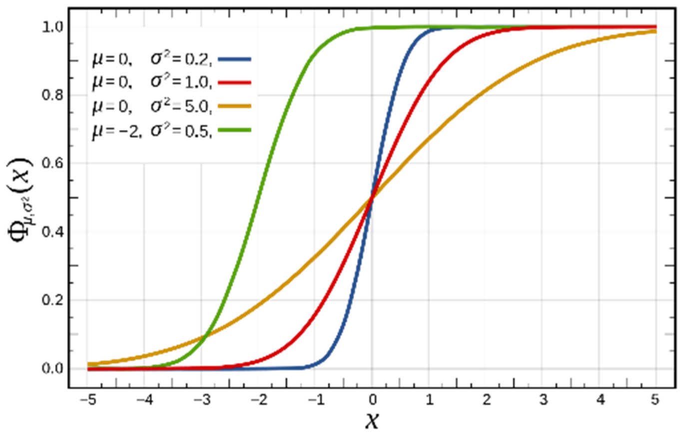
$$f(x) = \frac{1}{x\xi\sqrt{2\pi}} e^{\left(-\frac{(\ln(x)-\lambda)^2}{2\xi^2}\right)}$$

Fördelningsfunktionen blir då:

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{\ln(x)-\lambda}{\xi}\right)$$



där Φ är (den kumulativa) fördelningsfunktionen för den standardiserade normalfördelningen N(0,1)



Åsätta log-normalfördelningen

Det är troligen svårt att direkt åsätta lognormalfördelningens parametrar, bland annat eftersom de avser ln(X). Enligt Nederlof (2022), Chang & Ko (2016) och Cooper (1999) kan man åsätta lognormalfördelningen med trepunktsmetoden på ett sätt där man först skattar en triangelfördelning ur minsta, högsta och troligaste värde. Författarna till denna rapport föreslår att när man bestämmer dessa värden för en triangelfördelning, med hänsyn till eventuell bias, utgår från fraktiler, l och h, se avsnitt 0.

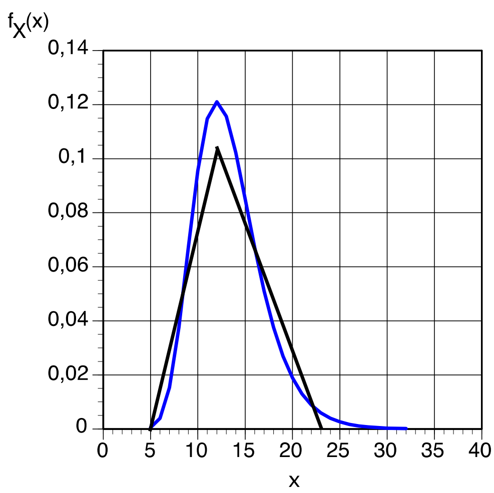
Man använder sedan triangelfördelningens troligaste värde (mode) och medelvärde för att beräkna lognormalfördelningens parametrar λ och ξ:

λ = (ln(mode) +2*ln(medel)]/3

ξ^2 = [ln(medel) – ln(mode)] *2/3

Här avser alltså medel och mode (troligaste värde) triangelfördelningen och ln() står för naturliga logaritmen.

Lognormalfördelningen kan sedan beräknas till exempel med Excelfunktionen LOGNORM.FÖRD. Ett exempel på en lognormalfördelning skattad på detta sätt ur en triangelfördelning visas i figuren.



Bilaga C.

Programvaror

Översikt över tillgängliga programvaror:
http://www.expertsinuncertainty.net/Software/tabid/4149/Default.aspx

SHELF är ett stöd för att åsätta fördelningar:
http://www.tonyohagan.co.uk/shelf/

MATCH (Morris et al. 2014) är ett annat alternativ:
http://optics.eee.nottingham.ac.uk/match/uncertainty.php

SGF Rapport/Report

1:93	Rekommenderad standard för CPT-sondering.
1:93E	Recommended Standard for Cone Penetration Tests.
2:93	Rekommenderad standard för vingförsök i fält.
2:93E	Recommended Standard for Field Vane Shear Test.
1:95	Rekommenderad standard för dilatometerförsök.
1:95E	Recommended Standard for Dilatometer Tests.
2:95	Några pionjärprofiler i svensk geoteknik. SJ Geotekniska Kommission 1914–1922.
3:95	Proceedings of the International Symposium on Cone Penetration Testing, CPT´95.
4:95	Kalk- och kalkcementpelare. Vägledning för projektering, utförande och kontroll.
4:95E	Lime and Lime Cement Columns. Guide for Project Planning, Construction and Inspection.
1:96	Geoteknisk fälthandbok. Allmänna råd och metodbeskrivningar.
1:99	Tätskikt i mark. Vägledning för beställare, projektörer och entreprenörer.
2:99	Metodbeskrivning för Jord-bergsondering.
3:99	Metodbeskrivning för Viktsondering.
1:2000	Geotekniken i Sverige 1920–1945.
2:2000	Kalk- och kalkcementpelare. Vägledning för projektering, utförande och kontroll.
1:2001	Fälthandbok – Miljötekniska markundersökningar (ersätts av 1:2004).
1:2003	Att bygga med avfall. Miljörättsliga möjligheter och begränsningar för återvinning av avfall i anläggningsändamål
1:2004	Fälthandbok – Miljötekniska markundersökningar.
2:2004	Armerad jord och fyllning – Nordisk vägledning.
3:2004	NGM 2004 – XIV Nordic Geotechnical Meeting. May 19th – 21th 2004.
1:2006	Metodbeskrivning för Jb-totalsondering
2:2006	Metodbeskrivning för installation av inklinometerrör
1:2008	Användning av restprodukter inom EU
1:2009	Metodbeskrivning för provtagare med standardkolvprovtagare. - Ostörd provtagning i fikornig jord
2:2009	Åtgärdsmål vid in-situsanering. Formulering och kontroll av åtgärdsmål.
1:2010	Förorenade byggnader. Provtagning och riskbedömning.
1:2011	Stimulerad reduktiv deklorering. En praktisk handledning
2:2011	Klorerade lösningsmedel i mark och grundvatten – Att tänka på inför provtagning och upphandling
3:2011	Hantering och analys av prover från förorenade områden - Osäkerheter och felkällor
1:2012	EYGEC 2012 - Setting the scene for future European geotechnical research
2:2012	Triaxialförsök – en vägledning
3:2012	SGF:s dataformat
4:2012	Metodbeskrivning för jord- bergsondering
1:2013	Fälthandbok - Geoteknik
1:2014	Riskhantering 1
1:2014E	Risk Management methodology

2:2014	Riskidentifiering 2
1:2016	Jordarternas indelning och benämning
2:2016	Akustisk JB Sondering
2:2016	Akustisk JB Sondering - Bilagor
1:2017	Metodik för bestämning av cu
2:2017	Fältgeoteknik Mät- och ersättningsregler
3:2017	Dynamiska miljöundersökningar
1:2019	Kvalitetskontroller för provtagning
1:2020	Riskstruktureringsverktyg
2:2020	Osäkerheter vid bestämning av organisk halt i jord
1:2021	Introduktion i bergbyggnad för geotekniker
2:2021	Maximal dynamisk modul från laboratoriemätningar
3:2021	Handbok - Certifierad provtagning i praktiken
1:2022	Marksanering - Om hälsa och säkerhet vid arbete i förorenade områden
2:2022	Metodbeskrivning – Åsätta subjektiva sannolikheter i geotekniska projekt

Svenska Geotekniska Föreningen (SGF) bildades 1950 och består av drygt 1900 enskilda medlemmar, med minst två års praktisk erfarenhet av geoteknik. Dessutom ingår ca 30 korporativa medlemmar i form av institutioner, högskolor, myndigheter, konsult- och entreprenadföretag samt tillverkare inom det geotekniska området.

SGF har till ändamål att främja utvecklingen inom geoteknik med grundläggning och miljöteknik i ett nationellt och internationellt perspektiv.

Föreningen företräder i Sverige den internationella föreningen, the International Society of Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE).

I SGF:s Rapport- och Notatserie utges föreningens metod-beskrivningar, monografier och dokumentation från konferenser, temadagar m.m.

Svenska Geotekniska Föreningen
Swedish Geotechnical Society

c/o Ernax Design AB, Sveaborgsvägen 16 439 73 FJÄRÅS Tel: 0708-137773

Internet: www.sgf.net E-post: info@sgf.net